Fréquences conditionnelles et marginales

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/8188-02

EXERCICE CORRIGÉ

Voici les effectifs des élèves en classe de Première générale d'un lycée.
On donnera les résultats sous forme de pourcentage arrondi à 1 % près.

	Garçons	Filles	Total
Spécialité Maths	54	44	98
Pas spécialité Maths	8	75	83
Total	62	119	181

1. Quelle est la fréquence de garçons n'ayant pas pris Spécialité Maths en Première générale ?
2. Parmi les élèves de Spécialité Maths, quelle est la fréquence de filles ?
3. À quoi correspond le calcul $\frac{8}{83} \approx 10\ \%$ par rapport aux données du tableau ?

CORRECTION

1. $\frac{8}{181} \approx 4\ \%$ **2.** $\frac{44}{98} \approx 45\ \%$

3. Ces 10 % correspondent à la fréquence de garçons parmi les élèves n'ayant pas pris la Spécialité Maths.

1

Voici le nombre de sections européennes en lycée selon la langue et la discipline enseignée.
On donnera les résultats sous forme décimale arrondie au centième.

	Histoire-Géo	Sciences	EPS	Total
Anglais	350	100	50	500
Allemand	150	125	125	400
Espagnol	100	25	25	150
Total	600	250	200	1 050

1. Calculer la fréquence de sections européennes où l'on enseigne en Allemand. $\frac{400}{1\,050} \approx 0{,}38$

2. Calculer la fréquence de sections européennes ou l'on enseigne en Anglais et où l'on enseigne des Sciences.
$\frac{100}{1\,050} \approx 0{,}10$

3. Quelle est la fréquence d'enseignement de l'Anglais dans les sections européennes enseignant l'EPS ?
$\frac{50}{200} \approx 0{,}25$

4. À quoi correspond le calcul $\frac{25}{150} \approx 0{,}17$ par rapport aux données du tableau ?
$\frac{25}{150}$ correspond à la fois à la fréquence des sections européennes dans lesquelles on enseigne en Sciences parmi celles où l'on enseigne en Espagnol et aussi à celles dans lesquelles on enseigne l'EPS parmi celles où l'on enseigne en Espagnol.

2 EPS

Voici la répartition des adhérents d'un club d'escalade selon leur sexe et leur préférence pour les voies ou les blocs.
Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

	Homme	Femme
Blocs		11 %
Voies	49 %	89 %
Total	100 %	100 %

a. La valeur dans la case vide du tableau est :
☐ 89 % ☑ 51 % ☐ 41 %

b. 89 est :
☐ le pourcentage de femmes qui préfèrent l'escalade sur voies.
☑ parmi les femmes, le pourcentage de celles qui préfèrent l'escalade sur voies.
☐ le nombre de femmes préférant l'escalade sur voies.

c. Dans l'ensemble des hommes, la fréquence d'adhérents préférant l'escalade sur voies est :
☐ 49 ☑ 49 % ☑ 0,49

3

Tigane est collectionneur. Il a 200 bandes dessinées et 50 films exclusivement de *Marvel*® et *DC*®.

	Marvel®	*DC*®	Total
Bande dessinée	0,42	0,58	1
Film	0,78	0,22	1

1. Quelle est, en pourcentage, la fréquence de films *Marvel*® que possède Tigane ? 0,78 soit 78 %

2. Combien de bandes dessinées *Marvel*® Tigane possède-t-il ? $0{,}42 \times 200 = 84$

3. Combien de films *DC*® Tigane possède-t-il ?
$0{,}22 \times 50 = 11$

4 SES

Voici la répartition par sexe, des chefs d'entreprise et des salariés du secteur de la boulangerie d'après l'Observatoire des métiers de l'alimentation.
Ce secteur compte 132 000 personnes dont un quart de chefs d'entreprises.

	Homme	Femme	Total
Chef d'entreprise	67	33	100
Salarié	44	56	100

Quelle est la fréquence de femmes travaillant dans le secteur de la boulangerie ?

$$\frac{\left(0{,}33 \times \frac{1}{4} \times 132\,000 + 0{,}56 \times \frac{3}{4} \times 132\,000\right)}{132\,000} \approx 50\ \%$$

Donc 50 % des personnes travaillant en boulangerie sont des femmes.

FICHE 12 Tableau d'effectifs

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/8188-02

EXERCICE CORRIGÉ

Lors d'un salon sur l'usage des jeux vidéo, on interroge les 360 personnes rencontrées sur leurs habitudes de jeu. Un quart d'entre elles jouent sur console alors que les autres jouent sur PC. Les joueurs sur console sont seulement un tiers à préférer les jeux en solo tandis que ceux sur PC préfèrent ce mode de jeu à 60 %. Regrouper ces informations dans un tableau.

CORRECTION

$\frac{1}{4} \times 360 = 90$ $\frac{1}{3} \times 90 = 30$

$360 - 90 = 270$ $0{,}60 \times 270 = 162$

	Console	PC	Total
Multijoueurs	60	108	168
En solo	30	162	192
Total	90	270	360

1 À la sortie d'un restaurant japonais, on a demandé leur préférence aux 420 clients. 45 % des clients préfèrent les sauces salées. Parmi eux seulement un neuvième préfèrent les sushis. Un tiers des clients préfèrent les sushis, les autres préfèrent les makis.

	Sushi	Maki	Total
Sauce salée	21	168	189
Sauce sucrée	119	112	231
Total	140	280	420

1. Relier chaque calcul à la case du tableau qu'il permet de compléter.

$\frac{1}{9} \times 189$	Case rose
$\frac{1}{3} \times 420$	Case jaune
$420 - 140$	Case verte
$0{,}45 \times 420$	Case orange

2. Compléter le tableau d'effectifs précédent.

2 On interroge des touristes en bord de plage sur leurs préférences en matière de dessert. Les $\frac{2}{5}$ préfèrent un dessert au chocolat et le tiers préfèrent des gaufres.

Compléter le tableau croisé d'effectifs.

	Crêpe	Gaufre	Total
Chocolat	35	7	42
Nature	35	28	63
Total	70	35	105

3 Valentin est gardien de rink-hockey.
Son entraîneur étudie l'ensemble des 600 tirs contre Valentin sur l'année. On considère que le tiers des tirs étudiés a eu lieu en match, les autres pendant l'entraînement.
Lorsqu'il est en match, Valentin arrête la moitié des tirs tandis que lorsqu'il est en entraînement il ne les arrête que dans 30 % des cas.

Faire les calculs intermédiaires au brouillon pour compléter le tableau.

Compléter le tableau croisé d'effectifs.

	Tir arrêté	Tir non arrêté	Total
Match	100	100	200
Entraînement	120	280	400
Total	220	380	600

4 Une urne contient 49 billes numérotées de 1 à 49.
La moitié des billes paires sont bleues, les $\frac{2}{5}$ des billes impaires sont jaunes.

Faire les calculs intermédiaires au brouillon pour compléter le tableau.

Compléter le tableau croisé d'effectifs.

	Paire	Impaire	Total
Bleue	12	15	27
Jaune	12	10	22
Total	24	25	49

5 Lors d'un sondage sur un échantillon représentatif de 1 002 personnes, on a demandé si elles étaient favorables ou non au projet de retraite à 65 ans.
Les résultats ont été arrondis à 0,01 près.

	18 à 34 ans	35 à 64 ans	65 ans et plus
Oui	0,87	0,81	0,59
Non	0,13	0,19	0,41
Total	1	1	1

Les 18 à 34 ans représentent environ 25,05 % l'échantillon et les plus de 65 ans environ 27,05 %.
À l'aide de ces informations, compléter le tableau d'effectifs suivant en arrondissant à l'unité si nécessaire.

	18 à 34 ans	35 à 64 ans	65 ans et plus	Total
Oui	218	389	160	767
Non	33	91	111	235
Total	251	480	271	1002

Définition d'une probabilité conditionnelle

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/8188-02

EXERCICE CORRIGÉ

Voici la répartition des élèves d'une école selon leur genre et s'ils sont gauchers ou droitiers.

	Gaucher	Droitier	Total
Garçon	6	41	47
Fille	4	44	48
Total	10	85	95

On choisit un élève au hasard. On note les événements :
- F : « L'élève choisi est une fille. »
- D : « L'élève choisi est droitier. »

1. Quelle est la probabilité qu'il soit gaucher ?
2. Quelle est la probabilité que ce soit une fille gauchère ?
3. Calculer $p_F(D)$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

CORRECTION

1. La probabilité qu'il soit gaucher est $\frac{10}{95} = \frac{2}{19}$.
2. La probabilité que ce soit une fille gauchère est $\frac{4}{95}$.
3. $p_F(D) = \frac{44}{48} = \frac{11}{12}$. La probabilité que ce soit une droitière sachant que c'est une fille est $\frac{11}{12}$.

1 Lors d'une soirée, on a dénombré les danseurs selon leur danse préférée et leur appartenance à l'association organisatrice. On interroge un danseur au hasard.

	Salsa	Bachata	Kizomba	Total
Adhérent	27	32	54	113
Non adhérent	75	42	14	131
Total	102	74	68	244

1. Quelle est la probabilité qu'il préfère la salsa ? $\frac{102}{244} = \frac{51}{122}$

2. Quelle est la probabilité qu'il soit adhérent et qu'il préfère la bachata ? $\frac{32}{244} = \frac{8}{61}$

3. Sachant que c'est un adhérent, quelle est la probabilité qu'il préfère la kizomba ? $\frac{54}{113}$

2 **1.** On considère deux événements C et D tels que $p(C) = 0{,}45$ et $p(C \cap D) = 0{,}2$. Calculer $p_C(D)$.

$p_C(D) = \frac{p(C \cap D)}{p(C)} = \frac{0{,}2}{0{,}45} \approx 0{,}44$

2. On considèr(e deux événements E et F tels que $p(F) = 0{,}2$ et $p_F(E) = 0{,}45$. Calculer $p(F \cap E)$.

$p_F(E) = \frac{p(F \cap E)}{p(F)}$

donc $p(F \cap E) = p_F(E) \times p(F) = 0{,}45 \times 0{,}2 = 0{,}09$

3 Dans la classe de Mila, la probabilité qu'un élève porte un blouson en jean est de $\frac{1}{3}$. La probabilité qu'un élève porte un blouson en jean et qu'il porte des lunettes est de $\frac{1}{6}$. On choisit un élève au hasard dans la classe. Sachant qu'il porte un blouson en jean, quelle est la probabilité qu'il porte des lunettes ?

Soit les événements :
- L : « L'élève choisi porte des lunettes. »
- B : « L'élève choisi porte un blouson en jean. »

On sait que $p(B) = \frac{1}{3}$ et $p(B \cap L) = \frac{1}{6}$

Donc $p_B(L) = \frac{p(B \cap L)}{p(B)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{6} \times \frac{3}{1} = \frac{1}{2}$.

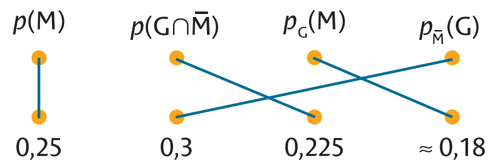
4 SVT Des essais ont été faits pour tester l'efficacité d'un médicament comparativement à un placebo. On trouve la répartition des patients ayant participé à cet essai ci-dessus. On choisit un de ces patients au hasard et on considère les événements :

Au brouillon, calculer le total de chaque ligne et de chaque colonne.

	Placebo	Médicament
Guéri	18	4
Non guéri	42	16

- M : « Le patient a reçu le médicament. »
- G : « Le patient est guéri. »

Relier chaque notation à sa valeur.



5 EPS Dans le club d'athlétisme de Manon, chaque adhérent choisit une spécialité. La répartition est donnée dans le tableau ci-contre.

	Course	Saut
Femme	89	23
Homme	151	78

On choisit au hasard un adhérent dans le club.
Soit les événements :
- H : « L'adhérent choisi est un homme. »
- C : « L'adhérent choisi a pour spécialité la course. »

1. Donner la probabilité que l'adhérent soit un homme sachant qu'il a pour spécialité la course. $p_C(H) = \frac{151}{240}$

2. Donner $p_{\bar{H}}(\bar{C})$ puis interpréter cette probabilité.

$p_{\bar{H}}(\bar{C}) = \frac{23}{112}$. La probabilité que l'adhérent ait pour spécialité le saut sachant que c'est une femme est de $\frac{23}{112}$.

Construction d'un arbre de probabilités

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/8188-02

EXERCICE CORRIGÉ

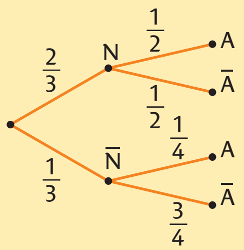
Les deux tiers des amateurs de chocolat préfèrent le chocolat noir, les autres le chocolat au lait.
Parmi ceux qui préfèrent le chocolat noir, la moitié le préfère avec des amandes, les autres sans.
Parmi ceux qui préfèrent le chocolat au lait, seul un quart le préfère aux amandes.
On choisit un amateur de chocolat au hasard.
On note les événements :

- N : « L'amateur préfère le chocolat noir. »
- A : « L'amateur préfère le chocolat aux amandes. »

Représenter la situation par un arbre de probabilités.

CORRECTION

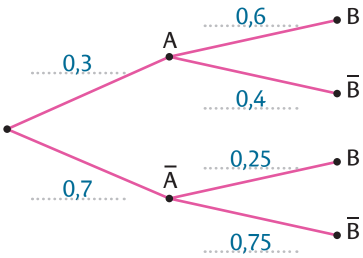
On obtient l'arbre suivant.



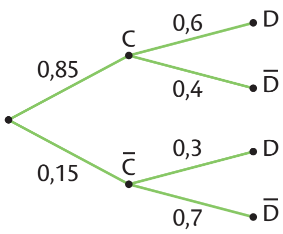
1 On a représenté un phénomène aléatoire par l'arbre de probabilités suivant.
Compléter l'arbre sachant que :

- $p(A) = 0{,}3$,
- $p_A(B) = 0{,}6$,
- $p_{\bar{A}}(B) = 0{,}25$.

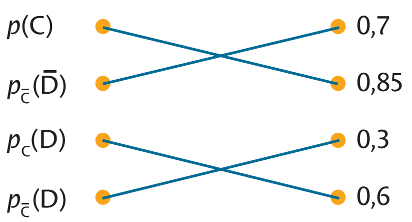
La somme des probabilités des branches issues d'un même nœud est égale à 1.



2 On a représenté un phénomène aléatoire par l'arbre de probabilités suivant.



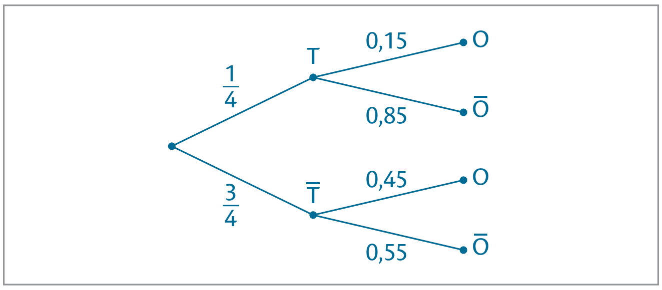
Relier chaque probabilité à sa valeur.



3 SES Une compagnie d'assurances a remarqué qu'un quart de ses clients a assuré son véhicule « Au tiers » et les autres ont la formule « Tous risques ».
Parmi ceux assurés « Au tiers », seuls 15 % ont pris l'option « Assistance 0 km » tandis que parmi ceux assurés « Tous risques » 45 % ont pris l'option.
On choisit un client au hasard. On note les événements :

- T : « Le client choisi a assuré son véhicule "Au tiers". »
- O : « Le client choisi a pris l'option. »

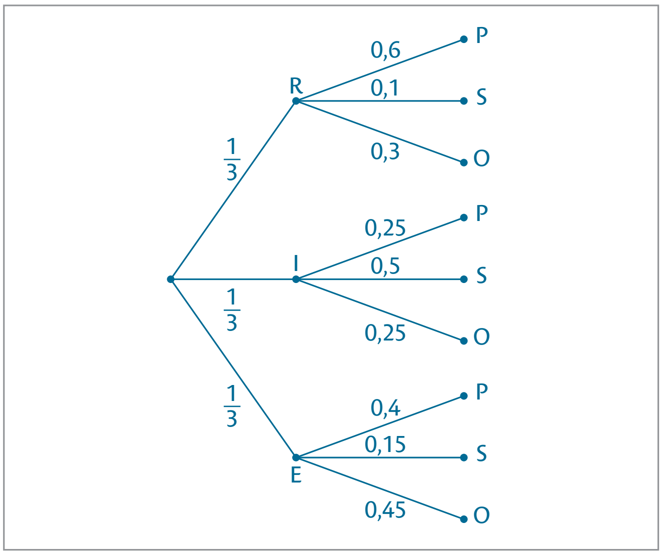
Représenter la situation par un arbre de probabilités.



4 ARTS Dans un musée, les œuvres sont réparties à parts égales dans les trois mouvements artistiques suivants : romantisme, réalisme et expressionnisme.
Les peintures représentent respectivement 60 %, 25 % et 40 % des œuvres du romantisme, du réalisme et de l'expressionnisme.
10 % des œuvres du romantisme sont des sculptures, tandis que c'est le cas pour 50 % des œuvres du réalisme et 15 % des œuvres de l'expressionnisme.
Les autres œuvres sont des objets décoratifs.
Melissa s'arrête pour observer une œuvre au hasard.
On note les événements :

- R : « L'œuvre observée fait partie du romantisme. »
- I : « L'œuvre observée fait partie du réalisme. »
- E : « L'œuvre observée fait partie de l'expressionnisme. »
- P : « L'œuvre observée est une peinture. »
- S : « L'œuvre observée est une sculpture. »
- O : « L'œuvre observée est un objet décoratif. »

Représenter la situation par un arbre de probabilités.



Utiliser un arbre de probabilités

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/8188-02

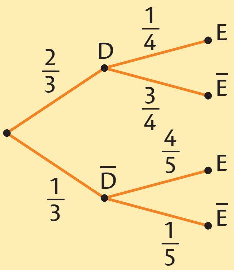
EXERCICE CORRIGÉ

À l'aide de l'arbre de probabilités ci-contre :

a. donner $p(\bar{D})$, $p_{\bar{D}}(E)$ et $p_D(\bar{E})$.

b. calculer $p(D \cap E)$ et $p(\bar{D} \cap E)$.

c. en déduire $p(E)$.



CORRECTION

a. $p(\bar{D}) = \frac{1}{3}$, $p_{\bar{D}}(E) = \frac{4}{5}$ et $p_D(\bar{E}) = \frac{3}{4}$

b. $p(D \cap E) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

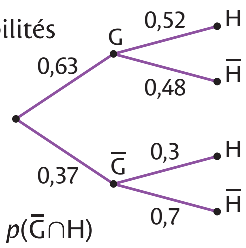
$p(\bar{D} \cap E) = \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{15}$

c. $p(E) = p(D \cap E) + p(\bar{D} \cap E) = \frac{1}{6} + \frac{4}{15} = \frac{13}{30}$

---

1 On considère l'arbre de probabilités ci-contre.

Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).



a. La probabilité qui a pour valeur 0,3 est :

☐ $p(H)$ ☑ $p_{\bar{G}}(H)$ ☐ $p(\bar{G} \cap H)$

b. $p(G \cap H)$ est égale à :

☑ 0,327 6 ☐ 0,3 ☐ $p(G) \times p(H)$

c. $p(H)$ est égale à :

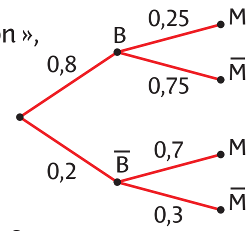
☐ 0,82 ☐ 0,036 ☑ 0,438 6

2 Nélyne tire au sort une confiserie dans une grande boîte contenant des bonbons et des chewing-gums soit à la menthe, soit à la fraise.

On considère les événements :

- B : « La confiserie tirée est un bonbon »,
- M : « La confiserie tirée est à la menthe. »

On donne ci-contre l'arbre de probabilités modélisant la situation.



1. Quelle est la probabilité que la confiserie tirée soit un chewing-gum ?

$p(\bar{B}) = 0{,}2$

2. Sachant que c'est un bonbon, quelle est la probabilité qu'il soit à la fraise ?

$p_B(\bar{M}) = 0{,}75$

3. Calculer $p(B \cap \bar{M})$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

$p(B \cap \bar{M}) = 0{,}8 \times 0{,}75 = 0{,}6$. La probabilité que la confiserie soit un bonbon à la fraise est de 0,6.

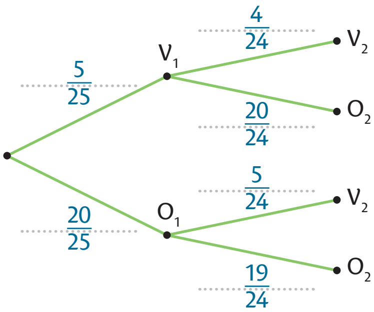
4. Calculer la probabilité que la confiserie tirée soit une confiserie à la fraise.

$p(\bar{M}) = p(B \cap \bar{M}) + p(\bar{B} \cap \bar{M}) = 0{,}8 \times 0{,}75 + 0{,}2 \times 0{,}3 = 0{,}66$

3 Emmy tire successivement et **sans remise** deux boules dans une urne contenant 25 boules indiscernables au toucher, 5 de couleur verte et le reste de couleur orange. On note les événements :

- V_1 : « La première boule tirée est verte. »
- O_1 : « La première boule tirée est orange. »
- V_2 : « La deuxième boule tirée est verte. »
- O_2 : « La deuxième boule tirée est orange. »

1. Compléter l'arbre de probabilités suivant.



2. Déterminer la probabilité d'avoir deux boules vertes.

$p(V_1 \cap V_2) = \frac{5}{25} \times \frac{4}{24} = \frac{1}{30}$

3. Déterminer la probabilité d'avoir une boule verte au second tirage.

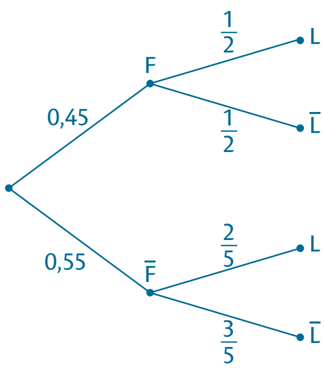
$p(V_1 \cap V_2) + p(O_1 \cap V_2) = \frac{5}{25} \times \frac{4}{24} + \frac{20}{25} \times \frac{5}{24} = \frac{1}{5}$

4 Dans son jardin, Marie a 45 % de fraisiers et le reste de framboisiers. Les deux cinquièmes des framboisiers et la moitié des fraisiers sont mangés par les limaces. On choisit une plante au hasard.

On considère les événements :

- F : « La plante choisie est un fraisier. »
- L : « La plante choisie est mangée par les limaces. »

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.



2. Quelle est la probabilité que la plante soit mangée par les limaces ?

$p(L) = p(F \cap L) + p(\bar{F} \cap L) = 0{,}45 \times \frac{1}{2} + 0{,}55 \times \frac{2}{5} = 0{,}445$

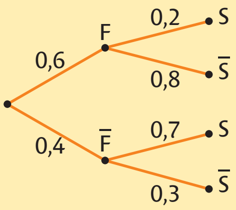
FICHE 16

Inverser le conditionnement

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/8188-02

EXERCICE CORRIGÉ

À l'aide de l'arbre de probabilités ci-contre :
a. calculer $p(F \cap S)$ puis $p(S)$.
b. en déduire $p_S(F)$.



CORRECTION

a. $p(F \cap S) = 0{,}6 \times 0{,}2 = 0{,}12$

$p(S) = p(F \cap S) + p(\overline{F} \cap S) = 0{,}12 + 0{,}4 \times 0{,}7 = 0{,}4$

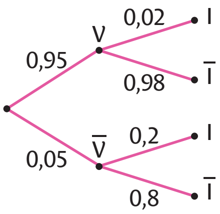
b. $p_S(F) = \dfrac{p(F \cap S)}{p(S)} = \dfrac{0{,}12}{0{,}4} = 0{,}3$

1 Camille vaccine 95 % de son troupeau de vaches contre une infection. Il se rend compte que 2 % des vaches vaccinées ont contracté l'infection contre 20 % chez les vaches non vaccinées. On choisit une vache au hasard dans le troupeau. On note les événements :
- V : « La vache choisie est vaccinée. »
- I : « La vache choisie a contracté l'infection. »

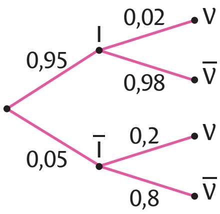
Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. L'arbre de probabilités qui représente la situation est :

☑



☐

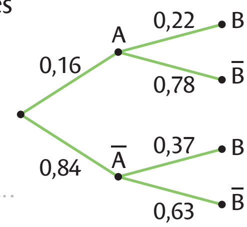


b. $p(V \cap I)$ est égale à :
☐ 0,02 ☑ 0,019 ☐ 0,97

c. $p(I)$ est égale à :
☐ 0,0019 ☐ 0,42 ☑ 0,029

d. La probabilité que la vache ait été vaccinée sachant qu'elle a contracté l'infection est environ égale à :
☐ 1,526 ☑ 0,655 ☐ 0,048

2 À l'aide de l'arbre de probabilités ci-contre, répondre aux questions.



1. Laquelle des deux probabilités conditionnelles $p_A(B)$ ou $p_B(A)$ est directement lisible dans l'arbre ?

$p_A(B)$

2. a. Quelles probabilités sont nécessaires pour calculer celle qui n'est pas directement lisible à l'aide de la définition ?

$p(A \cap B)$ et $p(B)$.

b. Les calculer à l'aide de l'arbre et en déduire la probabilité conditionnelle non lisible dans l'arbre.

$p(A \cap B) = 0{,}16 \times 0{,}22 = 0{,}035\,2$

$p(B) = p(A \cap B) + p(\overline{A} \cap B) = 0{,}035\,2 + 0{,}84 \times 0{,}37 = 0{,}346$

donc $p_B(A) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)} = \dfrac{0{,}035\,2}{0{,}346} \approx 0{,}1$

3 Dans une ville, l'accès à Internet est fourni à 58 % par l'opérateur A et le reste est fourni par l'opérateur B. Seulement 17 % des clients de l'opérateur A sont satisfaits tandis que 72 % des clients de l'opérateur B le sont. On choisit un habitant au hasard et on note les événements :
- A : « Le client choisi est chez le fournisseur A. »
- S : « Le client choisi est satisfait. »

Même si la réalisation de l'arbre n'est pas demandée, il est souvent utile de le tracer.

1. a. Calculer $p(A \cap S)$.

$p(A \cap S) = 0{,}58 \times 0{,}17 = 0{,}098\,6$

b. Calculer $p(S)$.

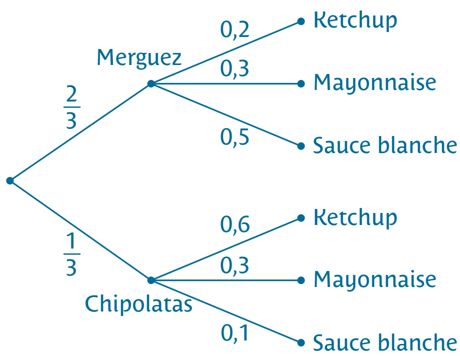
$p(S) = p(A \cap S) + p(\overline{A} \cap S) = 0{,}098\,6 + 0{,}42 \times 0{,}72 = 0{,}401$

2. Quelle est la probabilité que le client se fournisse chez l'opérateur B sachant qu'il est satisfait ?

$p_S(\overline{A}) = \dfrac{p(\overline{A} \cap S)}{p(S)} = \dfrac{0{,}42 \times 0{,}72}{0{,}401} \approx 0{,}75$

4 Lorsqu'un client se présente au stand de sandwichs, il y a deux chances sur trois qu'il choisisse des merguez. Les autres fois, il choisit des chipolatas.
La probabilité qu'il prenne du ketchup est de 20 % s'il a choisi des merguez et de 60 % s'il a choisi des chipolatas.
La probabilité qu'il prenne de la mayonnaise est de 30 % s'il a choisi des merguez ou des chipolatas. Il a également la possibilité de prendre de la sauce blanche.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.



2. Slowen sort du stand un sandwich à la main avec une tache de ketchup sur son tee-shirt. Est-il plus probable qu'il mange un sandwich aux merguez ou aux chipolatas ?

$p_K(M) = \dfrac{p(M \cap K)}{p(K)} = \dfrac{\frac{2}{3} \times 0{,}2}{\frac{2}{3} \times 0{,}2 + \frac{1}{3} \times 0{,}6} = \dfrac{\frac{2}{15}}{\frac{1}{3}} = \dfrac{2}{5}$

$p_K(\overline{M}) = \dfrac{p(\overline{M} \cap K)}{p(K)} = \dfrac{\frac{1}{3} \times 0{,}6}{\frac{2}{3} \times 0{,}2 + \frac{1}{3} \times 0{,}6} = \dfrac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}} = \dfrac{3}{5}$

$p_K(\overline{M}) > p_K(M)$. Donc il est plus probable que Slowen soit en train de manger un sandwich aux chipolatas.

FICHE 17

Indépendance de deux événements

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/8188-02

EXERCICE CORRIGÉ

On interroge 500 personnes pour savoir si elles sont allées chez le dentiste cette année.

	Dentiste	Pas dentiste	Total
Enfant	110	90	200
Adulte	290	10	300
Total	400	100	500

On choisit une personne au hasard.
On considère les événements :
- D : « La personne choisie est allée chez le dentiste. »
- E : « La personne choisie est un enfant. »

Les événements D et E sont-ils indépendants ?
Justifier et interpréter.

CORRECTION

D'une part $p(\mathrm{D}) = \dfrac{400}{500} = 0{,}8$ et d'autre part $p_{\mathrm{E}}(\mathrm{D}) = \dfrac{110}{200} = 0{,}55$. On a $p(\mathrm{D}) \neq p_{\mathrm{E}}(\mathrm{D})$ donc les événements D et E ne sont pas indépendants.
Cela signifie que le fait de savoir si la personne est un adulte ou non a de l'influence sur la probabilité qu'elle soit allée chez le dentiste.
Remarque : On aurait aussi pu comparer $p(\mathrm{D}) \times p(\mathrm{E})$ et $p(\mathrm{D} \cap \mathrm{E})$ mais il y aurait eu davantage de calculs à effectuer.

1 Voici la répartition des campings d'un groupe touristique.

	Mer	Campagne	Total
Avec animations	114	16	130
Sans animation	30	40	70
Total	144	56	200

On choisit un camping au hasard.
On note les événements :
- M : « Le camping choisi se trouve à la mer. »
- A : « Le camping choisi propose des animations. »

Cocher la bonne case.	Vrai	Faux
a. $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{M}) = p(\mathrm{A}) \times p(\mathrm{M})$.	☐	☑
b. A et M sont indépendants.	☐	☑
c. $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{M}) = p(\mathrm{M}) \times p_{\mathrm{M}}(\mathrm{A})$.	☑	☐
d. $\bar{\mathrm{A}}$ et M ne sont pas indépendants.	☑	☐

2 On considère deux événements A et B tels que $p(\mathrm{A}) = 0{,}3$, $p(\mathrm{B}) = 0{,}5$ et $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0{,}2$.
Les événements A et B sont-ils indépendants ?

$p(\mathrm{A}) \times p(\mathrm{B}) = 0{,}3 \times 0{,}5 = 0{,}15$ et $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0{,}2 \neq 0{,}15$.
Donc les événements A et B ne sont pas indépendants.

3 On considère deux événements indépendants E et F tels que $p(\mathrm{E}) = 0{,}25$ et $p(\mathrm{F}) = 0{,}48$. Déterminer :

a. $p_{\mathrm{E}}(\mathrm{F})$.
$p_{\mathrm{E}}(\mathrm{F}) = p(\mathrm{F}) = 0{,}48$

b. $p(\mathrm{E} \cap \mathrm{F})$.
$p(\mathrm{E} \cap \mathrm{F}) = p(\mathrm{E}) \times p(\mathrm{F}) = 0{,}25 \times 0{,}48 = 0{,}12$

c. $p_{\mathrm{F}}(\mathrm{E})$.
$p_{\mathrm{F}}(\mathrm{E}) = p(\mathrm{E}) = 0{,}25$

4 Voici la répartition des porteurs de casque parmi les élèves d'un lycée venant à vélo ou en trottinette.

	Vélo	Trottinette	Total
Casque	25	75	100
Sans casque	75	225	300
Total	100	300	400

On choisit un élève au hasard parmi eux.
On considère les événements :
- C : « L'élève porte un casque. »
- V : « L'élève vient en vélo. »

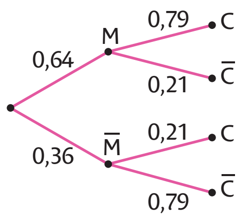
1. Calculer $p(\mathrm{C}) \times p(\mathrm{V})$ et $p(\mathrm{C} \cap \mathrm{V})$.

$p(\mathrm{C}) \times p(\mathrm{V}) = \dfrac{100}{400} \times \dfrac{100}{400} = \dfrac{1}{16}$ et $p(\mathrm{C} \cap \mathrm{V}) = \dfrac{25}{400} = \dfrac{1}{16}$.

2. En déduire si les événements C et V sont indépendants puis interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

$p(\mathrm{C}) \times p(\mathrm{V}) = p(\mathrm{C} \cap \mathrm{V})$ donc les événements C et V sont indépendants. Le fait de savoir si l'élève vient en vélo ou en trottinette n'influence pas la probabilité qu'il porte un casque ou non.

5 Dans son aquarium, Louane a des poissons mâles et femelles, colorés ou non.
On choisit un poisson au hasard.
On considère les événements :
- M : « Le poisson est un mâle. »
- C : « Le poisson est coloré. »



La situation est représentée par l'arbre ci-dessus.
Les événements M et C sont-ils indépendants ?

$p(\mathrm{C}) = 0{,}64 \times 0{,}79 + 0{,}36 \times 0{,}21 = 0{,}581\,2$
Or $p_{\mathrm{M}}(\mathrm{C}) = 0{,}79$ donc $p(\mathrm{C}) \neq p_{\mathrm{M}}(\mathrm{C})$ donc les événements M et C ne sont pas indépendants.

FICHE 18

Succession d'événements indépendants

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/8188-02

EXERCICE CORRIGÉ

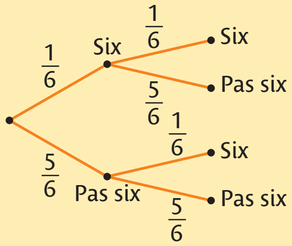
On lance deux fois de suite un dé cubique non truqué. On regarde à chaque lancer si l'on obtient Six ou non.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.

2. Quelle est la probabilité de l'événement D : « Obtenir deux Six de suite » ?

CORRECTION

1. On obtient l'arbre de probabilités ci-contre.



2. $p(\mathrm{D}) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

1

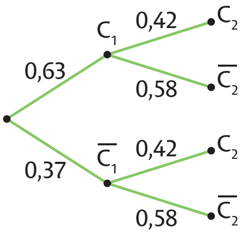
Les énoncés suivants décrivent une succession d'épreuves indépendantes.

Cocher la bonne case.	Vrai	Faux
a. On lance un dé deux fois de suite et on observe si le nombre est supérieur ou égal à 5 à chaque lancer.	☑	☐
b. On tire au hasard deux boules successivement et avec remise dans une urne et on observe la couleur de la boule à chaque tirage.	☑	☐
c. On tire au hasard deux boules successivement et sans remise dans une urne et on observe la couleur de la boule à chaque tirage.	☐	☑
d. On choisit un élève au hasard à l'école et on s'intéresse à sa classe puis à son âge.	☐	☑

2

On considère une personne répondant à un questionnaire de culture générale en ligne et les événements :

- C_1 : « La personne répond correctement à la première question. »
- C_2 : « La personne répond correctement à la deuxième question. »



La situation est modélisée par l'arbre ci-dessus.

1. Expliquer pourquoi on peut penser que les événements C_1 et C_2 sont indépendants. Le vérifier.

Les événements semblent indépendants car les sous arbres sont identiques.

$p(C_2) = p(C_1 \cap C_2) + p(\overline{C_1} \cap C_2)$

$= 0{,}63 \times 0{,}42 + 0{,}37 \times 0{,}42 = 0{,}42 = p_{C1}(C_2)$.

Les événements C_1 et C_2 sont bien indépendants.

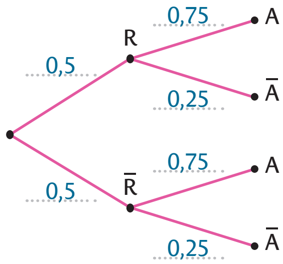
2. En déduire la probabilité que la personne réponde correctement aux deux questions.

$p(C_1 \cap C_2) = p(C_1) \times p(C_2) = 0{,}63 \times 0{,}42 = 0{,}264\,6$

3

Pour leur départ en vacances, Madison et Basile doivent prendre le RER puis l'avion. Des retards indépendants les uns des autres sont annoncés sur le réseau RER et à l'aéroport.

On estime à 50 % la probabilité qu'il y ait du retard sur leur ligne de RER et à 75 % la probabilité qu'il y ait du retard sur leur vol.



On considère les événements :

- R : « Le RER a du retard. »
- A : « L'avion a du retard. »

1. Compléter l'arbre de probabilités représentant la situation.

2. Déterminer la probabilité que Madison et Basile puissent partir en vacances sans aucun retard.

$p(\overline{R} \cap \overline{A}) = 0{,}5 \times 0{,}25 = 0{,}125$

3. Déterminer la probabilité qu'ils soient retardés au moins une fois.

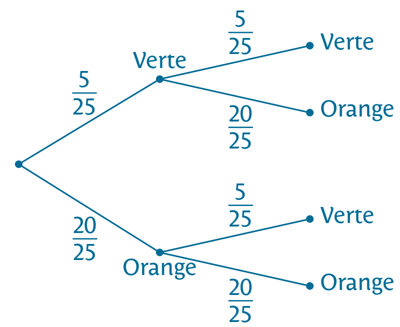
$1 - p(\overline{R} \cap \overline{A}) = 0{,}875$

Penser à utiliser l'événement contraire.

4

Anaïs tire successivement et avec remise deux boules dans une urne contenant 25 boules indiscernables au toucher, 5 de couleur verte et le reste de couleur orange.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.



2. Déterminer la probabilité p d'avoir deux boules de même couleur.

$p = \frac{5}{25} \times \frac{5}{25} + \frac{20}{25} \times \frac{20}{25} = \frac{17}{25}$

3. Déterminer la probabilité p' d'avoir au moins une boule verte.

L'événement « Avoir une boule verte » est l'événement contraire de « Avoir deux boules orange »

donc $p' = 1 - \frac{20}{25} \times \frac{20}{25} = \frac{9}{25}$