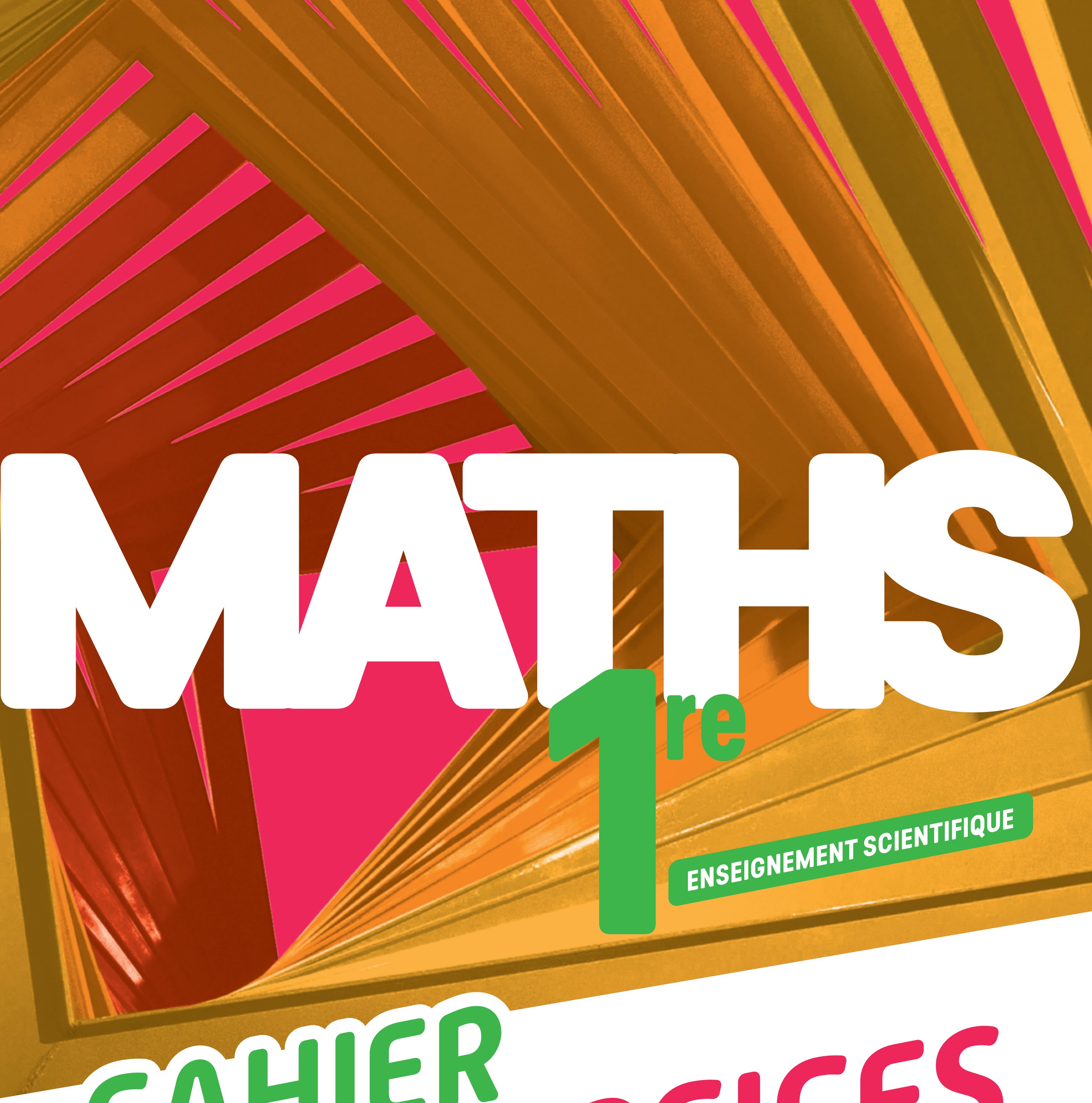


MATHS 1re

ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE

CAHIER D'EXERCICES

Automatismes, cours, exercices, problèmes

Le numérique avec Sésamath

MAGNARD

La banque d'exercices Sésamath

Entraîne-toi avec Sésamath

Pour **chaque chapitre** du cahier, accédez gratuitement à une plateforme d'**exercices interactifs autocorrigés** pour vous **entraîner**.

- Les **données** de l'exercice sont **renouvelées** à chaque fois afin de pouvoir faire des **gammes**.
- Le **corrigé** est **détaillé** pour vous aider en cas d'erreur.

En +

- **5 fiches méthode Tableur.**
- **Tous les fichiers Tableur pour faire les exercices.**

MATHS 1re

ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE

CAHIER D'EXERCICES


Hélène Gringoz
Coordinatrice
Académie de Grenoble


Frédéric Weyermann
Coordinateur
Académie de Créteil


Delphine Bau
Académie de Créteil


Paul Milan
Ville de Paris


François Guiader
Académie de Créteil


Mathieu Pradel
Académie de Paris


Didier Krieger
Académie de Lyon


Sandrine Baglieri
Académie d'Aix-Marseille

Nom : ....

Prénom : ....

Classe : ....

Années : 20..........- 20..........

Cette version spécimen contient les corrigés pour les professeurs.

Tous les fichiers Tableur élève et professeur :
www.lienmini.fr/8188-tice

Extrait du programme

(d'après Bulletin officiel n°27 du 7 juillet 2022)

Téléchargez le programme 2022 complet
www.lienmini.fr/8188-00

Analyse de l'information chiffrée — Chap. 1

- Analyse statistique de deux caractères.
- Tableau croisé d'effectifs.
- Exemples d'analyse du croisement de deux caractères par représentation graphique (nuage de points, diagrammes en barres, diagrammes circulaires).
- Détermination dans un fichier de données d'un sous-ensemble d'individus répondant à un sous-caractère (filtre, utilisation des ET, OU, NON).

Phénomènes aléatoires — Chap. 2

- Fréquence conditionnelle, fréquence marginale.
- Probabilité conditionnelle : définition, notation, calcul à partir d'un tableau croisé d'effectifs ou d'un arbre de probabilités.
- Indépendance de deux événements.
- Succession d'événements indépendants équiprobables ou non.

Phénomènes d'évolution

Croissance linéaire — Chap. 3

Suites arithmétiques

- Définition par la relation de récurrence.
- Explicitation du terme de rang n.
- Sens de variation.
- Représentation graphique.

Fonctions affines

- L'objectif est de remobiliser les connaissances abordées en classe de seconde : représentation graphique, sens de variation, lien entre le taux d'accroissement et le coefficient directeur de la droite représentative.

Croissance exponentielle — Chap. 4

Suites géométriques à termes strictement positifs

- Définition par relation de récurrence.
- Explicitation du terme de rang n.
- Sens de variation.
- Représentation graphique.

Fonctions exponentielles

- Introduction de la fonction $x \mapsto a^x$ ($a > 0$, $x \geqslant 0$).
- Propriétés algébriques (admises, par extension des propriétés des puissances entières).
- Variations.
- Représentation graphique.
- Cas particulier de l'exposant $1/n$.
- Taux d'évolution moyen correspondant à n évolutions successives.

Variation instantanée, variation globale — Chap. 5

Variation instantanée (nombre dérivé)

- Tangente à une courbe en un point.
- Nombre dérivé comme coefficient directeur de la tangente.

Variation globale (fonction dérivée)

- Fonction dérivée.
- Sens de variation d'une fonction, lien avec le signe de la fonction dérivée sur un intervalle.
- Dérivée des fonctions constante, identité, carré et cube.
- Dérivée d'une somme, du produit par un nombre réel.
- Application à la dérivée d'un polynôme de degré inférieur ou égal à 3.
- Tableau de variation, à l'aide si besoin d'un logiciel de calcul formel.

AUTOMATISMES

Retrouvez tous les automatismes du programme dans votre cahier !

		Chap. 1	Chap. 2	Chap. 3	Chap. 4	Chap. 5
Représentations graphiques	Préciser sur un graphique les grandeurs en jeu, les unités et les échelles.	✔			✔	✔
	Lire sur un graphique les variations d'une grandeur : croissance ou décroissance, doublement régulier, accélération ou ralentissement de la croissance.	✔		✔	✔	✔
	Estimer graphiquement une valeur atteinte, un antécédent, un seuil.	✔		✔	✔	✔
Traitement de données	Appliquer un pourcentage d'augmentation ou de diminution.			✔	✔	✔
	Calculer un taux d'évolution global à partir de taux d'évolution successifs, calculer un taux d'évolution réciproque.				✔	✔
Calcul numérique et algébrique	Effectuer mentalement des calculs simples mettant en jeu des nombres décimaux, des fractions et des pourcentages.	✔	✔	✔	✔	✔
	Passer d'une écriture d'un nombre à une autre (décimale, fractionnaire, sous forme de pourcentage).	✔	✔			✔
	Utiliser un ordre de grandeur pour contrôler un résultat.	✔	✔	✔	✔	✔
	Effectuer une application numérique d'une formule mathématique (longueurs, aires, volumes) ou d'une formule simple provenant d'une autre discipline.		✔	✔		✔
	Résoudre une équation du premier degré du type $ax + b = cx + d$ ou $a/x = b$ ou une équation du second degré du type $x^2 = a$.	✔	✔	✔	✔	✔

Sommaire

CHAPITRE 1
Analyse de l'information chiffrée

AUTOMATISMES QUESTIONS FLASH

Rituel 1

Effectuer des calculs simples avec des décimaux

1 Compléter le tableau suivant.

Chiffre d'affaires (en milliers d'€)	Janvier	Février	Mars	Total
Noah	1,5	2,3	4,1	7,9
Trevor	2,5	3,6	2	8,1

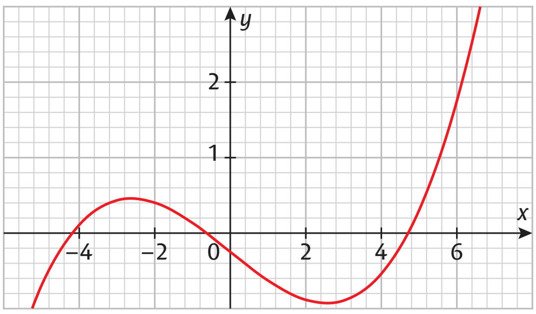
Résoudre une équation du premier degré

2 Résoudre l'équation $\frac{18}{x} = \frac{3}{4}$.

$x = \frac{18 \times 4}{3} = \frac{3 \times 6 \times 4}{3} = 24$

Estimer graphiquement une valeur atteinte

3 La courbe ci-dessous représente une fonction f.



Déterminer la valeur atteinte par la fonction f en 6.

$f(6) \approx 1{,}8$

Rituel 2

Effectuer des calculs simples avec des pourcentages

1 25 % des 60 membres de l'UNSS pratiquent le rugby. Combien d'élèves de l'UNSS pratiquent le rugby ?

$60 \times \frac{25}{100} = \frac{60}{4} = 15$

15 élèves de l'UNSS pratiquent le rugby.

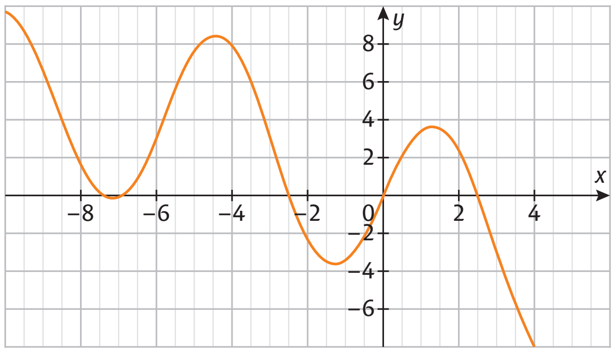
Passer d'une écriture d'un nombre à une autre

2 Écrire $\frac{9}{30}$ sous forme de pourcentage. $\frac{9}{30} = 30\ \%$

3 Écrire $\frac{7}{5}$ sous forme décimale. $\frac{7}{5} = 1{,}4$

Estimer graphiquement un antécédent

4 La courbe ci-dessous représente une fonction g.



Déterminer le (ou les) antécédent(s) de 4 par g.

4 a trois antécédents : −8,5 ; −5,8 ; −3,2.

Rituel 3

Effectuer des calculs simples avec des fractions

1 Calculer : $\frac{2}{5} \times 15 = \frac{2}{5} \times 5 \times 3 = 6$

2 Calculer : $\frac{2}{7} + \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4}{7 \times 4} + \frac{3 \times 7}{4 \times 7} = \frac{29}{28}$

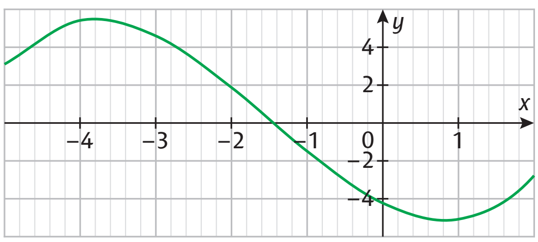
Utiliser un ordre de grandeur pour contrôler un résultat

3 **Cocher la réponse exacte.** 100 élèves de Première suivent la spécialité Mathématiques, soit environ 73 % des élèves. Combien y a-t-il d'élèves en Première ?

☐ 200 ☑ 137 ☐ 99

Lire sur un graphique les variations d'une grandeur

4 Lire les variations de la grandeur y représentée par le graphique ci-dessous.



La grandeur représentée est croissante de −5 à −3,8 et de 0,8 à 2, et décroissante de −3,8 à 0,8.

Rituel 4

Effectuer mentalement des calculs simples avec des décimaux et des fractions

1 Compléter le tableau suivant.

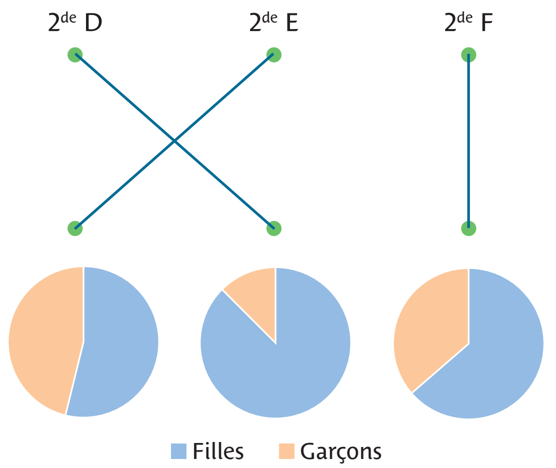
Effectif en classe de 2^{de}	2^{de} A	2^{de} B	2^{de} C	Total
Filles	13	11	20	44
Garçons	12	14	5	31

2 Simplifier les proportions de filles pour chaque classe.

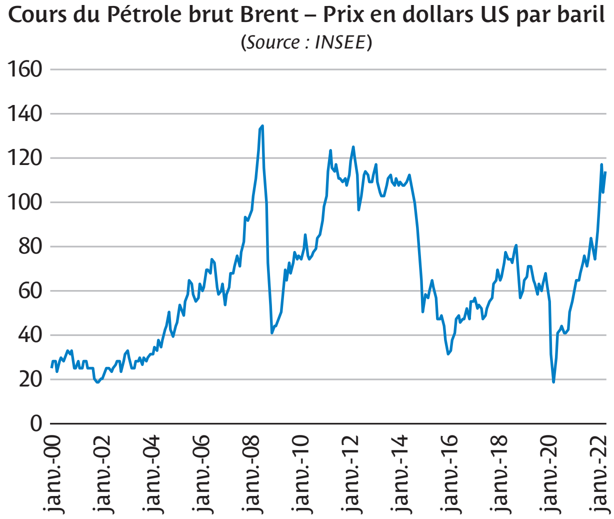
	2^{de} D	2^{de} E	2^{de} F
Proportion de filles	$\frac{28}{32} = \frac{7}{8}$	$\frac{14}{26} = \frac{7}{13}$	$\frac{21}{33} = \frac{7}{11}$

Estimer graphiquement une valeur atteinte

3 Associer chaque classe au diagramme circulaire qui la représente.



Rituel 5



Préciser sur un graphique les grandeurs et les unités

1 Quelles grandeurs sont représentées sur les axes et leurs unités ?

Abscisses : date sous le format mois-année

Ordonnées : le prix du baril de pétrole en dollars

Estimer graphiquement une valeur atteinte, un seuil

2 Quel était le cours du pétrole en janvier 2020 ?

Environ 20 dollars

3 En quelle(s) année(s) le prix du baril a-t-il dépassé le seuil de 120 dollars ?

En 2008, en 2011 et en 2012

Rituel 6

Effectuer mentalement des calculs simples avec des pourcentages

1 Dans une classe de 50 élèves, 40 % sont des filles et 15 % d'entre elles ont les yeux bleus. Quel pourcentage d'élèves de la classe cela représente-t-il ?

$$\frac{40}{100} \times \frac{15}{100} = \frac{600}{100 \times 100} = \frac{6}{100}$$

Cela représente 6 % des élèves de la classe.

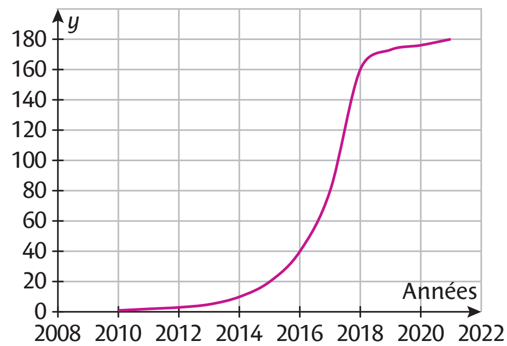
Résoudre une équation du premier degré du type $\frac{a}{x} = b$

2 Résoudre l'équation $\frac{33}{x} = \frac{15}{100}$.

$$x = \frac{33 \times 100}{15} = \frac{3 \times 11 \times 5 \times 20}{3 \times 5} = 220$$

Lire sur un graphique les variations d'une grandeur

3 Décrire l'évolution de cette grandeur de 2010 à 2021.



L'évolution est croissante de 2010 à 2021.

La croissance accélère entre 2014 et 2018 puis décélère.

L'essentiel

Fiches méthode – Tableur
www.lienmini.fr/8188-tuto

Tableau croisé d'effectifs

- Un **tableau croisé d'effectifs** permet de trier les données provenant de l'étude de deux caractères sur une même population.

Exemple : des élèves sont sondés sur leurs fruits et légumes préférés.

	Brocoli	Haricot vert	Carotte	Courgette	Total
Cerise	0	0	1	1	2
Banane	0	3	1	0	4
Ananas	2	3	2	0	7
Fraise	0	0	1	1	2
Total	2	6	5	2	15

Il y a 3 élèves qui préfèrent à la fois les haricots verts et l'ananas.

- Lorsque le nombre de données est important, on peut utiliser un **tableur** pour dresser le tableau croisé d'effectifs.

Il s'appelle **table dynamique** sous Calc et **tableau croisé dynamique** sous Excel.

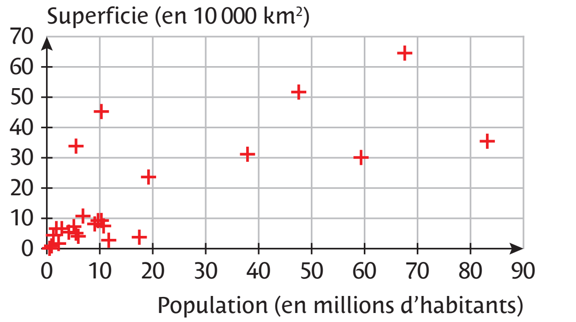
▶ Fiches 1 à 3

Nuage de points

Dans un **nuage de points**, chaque point représente une donnée, les deux **caractères** donnant l'abscisse et l'ordonnée du point.

Exemple : le graphique ci-dessous représente la série statistique donnant, pour chaque pays de l'Union Européenne, sa superficie et sa population.

Population et superficie des pays de l'Union Européenne

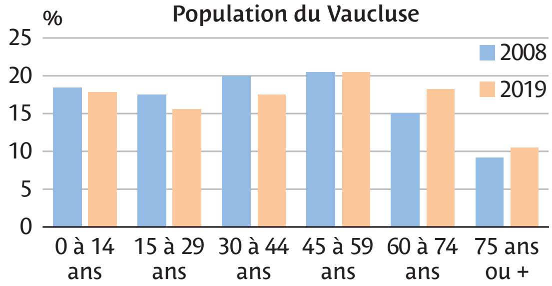


▶ Fiches 4 et 5

Diagramme en barres multiple

- Un **diagramme en barres multiple** permet de représenter plusieurs caractères d'une population.
- Les barres placées côté à côté facilitent la comparaison.

Exemple : ce graphique reprsésente la population du Vaucluse par tranche d'âge en 2008 et en 2019.

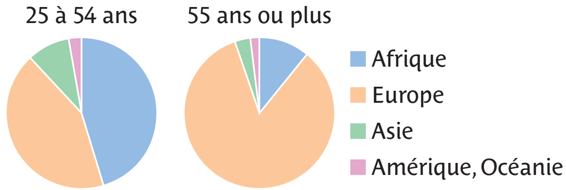


▶ Fiches 6 et 7

Diagramme circulaire

- Un **diagramme circulaire** permet de visualiser la répartition d'un caractère sur une population. Toutes les valeurs du caractère sont représentées par des **secteurs angulaires** de couleurs différentes.
- Pour **comparer** deux séries de données, il convient de faire deux diagrammes côte à côte avec la même légende.

Exemple : le graphique ci-dessous représente l'origine géographique des descendants d'immigrés par tranche d'âge (*Source : INSEE, 2021*).



▶ Fiches 8 et 9

Tri d'une feuille de calcul

Plusieurs **fonctions** permettent de **comparer** le contenu de plusieurs cellules d'une feuille de calcul, entre elles ou à une valeur de référence :

- =ET(critère 1; critère 2) → l'expression est vraie si les deux critères sont vérifiés.
- =OU(critère 1; critère 2) → l'expression est vraie si l'un ou l'autre des deux critères est vérifié.
- =NON(critère) → prend la négation du critère.

▶ Fiche 10

FICHE 1

Dresser un tableau croisé d'effectifs

EXERCICE CORRIGÉ

On a demandé aux 9 élèves d'une classe de Terminale qui ont récemment eu leur permis la couleur et le type de motorisation de leur véhicule.

	Couleur	Motorisation
Élève 1	Blanche	Thermique
Élève 2	Blanche	Hybride
Élève 3	Blanche	Électrique
Élève 4	Grise	Hybride
Élève 5	Grise	Électrique
Élève 6	Grise	Hybride
Élève 7	Grise	Hybride
Élève 8	Grise	Électrique
Élève 9	Blanche	Hybride

Trier ces données dans un tableau croisé d'effectifs.

CORRECTION

	Blanche	Grise	Total
Électrique	1	2	3
Hybride	2	3	5
Thermique	1	0	1
Total	4	5	9

1 Les données ci-dessous sont extraites d'un sondage auprès d'élèves de Première concernant leur temps de trajet en minutes et leur moyen de transport : véhicule personnel (VP) ; transport en commun (TC) ; à pied (Pi).

TC	40	Pi	14	Pi	20
VP	27	TC	35	Pi	16
Pi	16	VP	25	TC	11
TC	25	TC	38	VP	6
VP	27	TC	40	TC	13
VP	27	VP	33	VP	11
VP	18	VP	31	VP	7
VP	40	Pi	25	TC	15
TC	22	TC	22	TC	39
VP	26	VP	7	TC	25

Trier ces données dans le tableau croisé d'effectifs ci-dessous.

	Pi	TC	VP	Total
[0 ; 15[	1	2	4	7
[15 ; 30[	4	5	6	15
[30 ; 45[	0	5	3	8
Total	5	12	13	30

2 À l'entrée d'un centre commercial, on sonde les clients sur les deux questions suivantes : quel est le premier magasin qu'ils ont l'intention de visiter et quel est leur budget prévisionnel en euros.

Jouets	700	Sports et Loisirs	700
Chaussures	500	Jouets	750
High-Tech	500	Bijoux	450
Jouets	800	High-Tech	550
Sports et Loisirs	200	High-Tech	950
Sports et Loisirs	700	High-Tech	900
High-Tech	200	Maison	400
Sports et Loisirs	650	Chaussures	800
Sports et Loisirs	950	High-Tech	200
Jouets	600	Sports et Loisirs	50
Bijoux	750	Chaussures	750
High-Tech	950	High-Tech	0
Sports et Loisirs	300	High-Tech	300
High-Tech	0	Jouets	700
Bijoux	750	Jouets	150
Mode	550	Bijoux	650
Sports et Loisirs	0	Sports et Loisirs	250
Maison	450	Sports et Loisirs	350
Sports et Loisirs	200	Jouets	200
Sports et Loisirs	850	Sports et Loisirs	350

Le tableau ci-dessous est un extrait du tableau croisé où seront triées les données.

	[0 ; 300[	[300 ; 650[	[650 ; 950]
High-Tech		②	
Sports et Loisirs	①		

Cocher la réponse exacte.

1. La case ① contiendra : ☐ 3 ☑ 5 ☐ 6 ☐ 13

2. La case ② contiendra : ☐ 2 ☑ 3 ☐ 4 ☐ 10

3 Cinq amis mangent au restaurant. Les commandes de leurs plats ont été triées dans le tableau croisé ci-dessous.

	Poulet	Tofu
Purée de carottes	2	1
Gratin de courgettes	1	1

Paul est végétarien, Roger n'aime pas les carottes, Jin n'aime ni les carottes ni le poulet.
Donner la composition du plat de chaque ami.

Jin : Tofu – Courgettes

Roger : Poulet – Courgettes

Paul : Tofu – Carottes

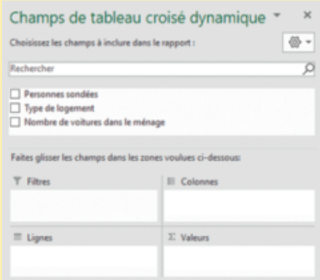
Jane : Poulet – Carottes

Alexandra : Poulet – Carottes

Dresser un tableau croisé (tableur)

EXERCICE CORRIGÉ

Le fichier disponible en téléchargement est un extrait des données du recensement de la population française de 2018 concernant le type de logement et le nombre de voitures dans 1 000 ménages (*Source : INSEE*).

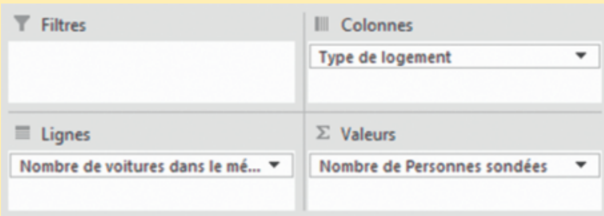


1. Dans la capture d'écran ci-contre, indiquer l'utilisation des champs de données pour remplir le tableau ci-dessous.

2. Établir le tableau croisé dynamique dans le tableur et le recopier.

CORRECTION

1.



2.

	Appartement	Maison	Autre	Total
Aucune voiture	70	7	0	77
Une seule voiture	274	134	0	408
Deux voitures	142	286	3	431
Trois voitures ou plus	14	70	0	84
Total	500	497	3	1 000

1 Le fichier disponible en téléchargement est un extrait des données du recensement de la population française de 2018 concernant le sexe et le temps de travail de 10 000 individus (*Source : INSEE*).
Établir le tableau croisé dynamique correspondant et le recopier ci-dessous.

	Temps complet	Temps partiel	Total
Femmes	3 398	1 292	4 690
Hommes	4 971	339	5 310
Total	8 369	1 631	10 000

2 Le tableau disponible en téléchargement est un extrait des données de recensement de la population française de 2018 donnant le type de combustible utilisé pour le chauffage d'un habitat et la catégorie socio-professionnelle de son occupant principal (*Source : INSEE*). Établir le tableau croisé dynamique correspondant à partir de la cellule F4 puis cocher la bonne réponse pour chaque question.

Dans l'assistant de création de tableau croisé dynamique, à la rubrique « Choisir l'emplacement » indiquer « feuille de calcul existante » : $F$4.

	Vrai	Faux
a. 2 ouvriers se chauffent au gaz de ville.	☐	☑
b. Le chauffage urbain est utilisé par toutes les catégories socio-professionnelles.	☐	☑
c. Le nombre d'ouvriers utilisant le chauffage électrique est 23.	☑	☐
d. 32,7 % des sondés utilisent le chauffage par gaz de ville.	☐	☑
e. 199 foyers utilisent le gaz pour se chauffer.	☑	☐
f. Parmi les personnes interrogées, il y a 15 artisans.	☐	☑

3 Le fichier disponible en téléchargement donne le sexe et le salaire annuel de chacun des 617 salariés de l'entreprise Marmcig.

1. En vue de compléter le tableau de la question **4.**, établir un tableau croisé dynamique dans la même feuille de calcul à partir de la cellule L3.

a. Quel champ choisir pour les lignes du tableau ?
Le salaire annuel

b. Pour les colonnes ? Le sexe

2. Indiquer la plage du tableau croisé où sont comptabilisées les femmes dont le salaire appartient à la classe [8 000 ; 18 500[.
M5 à M7 (la réponse peut varier selon le logiciel)

3. La plage F3:I8 contient le tableau de la question **4.** vide. Quelle formule doit-on utiliser pour calculer le contenu de la cellule G4 ? =SOMME(M5:M7)

4. Effectuer tous les calculs nécessaires pour remplir les cellules vides et recopier les résultats ci-dessous.

Salaire \ Sexe	Femmes	Hommes	Total
[8 000 ; 18 500[	62	59	121
[18 500 ; 29 000[	61	81	142
[29 000 ; 39 500[	129	119	248
[39 500 ; 50 000]	55	51	106
Total	307	310	617

FICHE 3

Extraire des données d'un tableau

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/8188-01

EXERCICE CORRIGÉ

Voici les résultats au Bac du Lycée Pythagore.

Admis au 1er groupe	476
Refusé au 1er groupe	3
Admis après le 2e groupe	21
Refusé au 2e groupe	12

Quel est le taux de réussite au Bac dans ce lycée ?

CORRECTION

476 + 21 = 497. Donc 497 élèves ont réussi le Bac.
497 + 3 + 12 = 512. Donc 512 élèves ont passé le Bac.
$\frac{497}{512} \times 100 \approx 97{,}1$. Le taux de réussite est d'environ 97,1 %.

1 Le tableau suivant donne les résultats d'une enquête sur un échantillon de jeunes de 18 ans à 24 ans selon la catégorie socio-professionnelle du père.

Catégorie socio-professionnelle du père	Jeunes sortis avec diplôme	Jeunes sortis sans diplôme
Sans activité	135	94
Agriculteurs, artisans, commerçants, chefs d'entreprise	1 449	215
Cadres, professions supérieures	1 985	122
Professions intermédiaires	2 268	209
Employés	1 818	444
Ouvriers	3 646	1 078
Total	11 301	2 162

(*Source : MEN-MESR DEPP*)

Pedro affirme que parmi les jeunes sortis sans diplôme, près de la moitié ont un père ouvrier. Surligner les informations permettant d'indiquer s'il a raison ou non. Conclure.

Si on compare les ordres de grandeur, 2 162 correspond à peu près au double de 1 078. Pedro a raison.

2 Voici les résultats d'un sondage auprès d'élèves de Première sur leur utilisation quotidienne de l'ENT.

Nombre de connexions	0	1	2	3	4	5+
Nombre d'élèves	4	13	26	41	36	20

Quel est le pourcentage d'élèves qui utilisent l'ENT au moins 3 fois par jour ?

97 élèves utilisent l'ENT au moins 3 fois.
Il y a 140 élèves en 1re. $\frac{97}{140} \approx 0{,}693$. Donc 69,3 % des élèves utilisent l'ENT au moins 3 fois par jour.

3 Le tableau ci-dessous est un extrait du recensement de la population de la Creuse. (*Source : INSEE, 2019*)

	Nombre de foyers	Population des foyers
Ensemble	57 161	112 891
Foyers d'une personne	23 479	23 479
Hommes seuls	*10 574*	*10 574*
Femmes seules	*12 906*	*12 906*
Foyers avec famille(s)	32 687	87 055
Couple avec enfant(s)	*10 806*	*40 506*

	Vrai	Faux
a. Les femmes vivant seules représentent environ 11,4 % de la population totale.	☑	☐
b. Parmi les personnes vivant seules, il y a 9,4 % d'hommes.	☐	☑
c. Le nombre moyen d'occupants d'un foyer constitué d'un couple avec enfant(s) est d'environ 4 personnes.	☑	☐

4 On donne ci-dessous les statistiques sur les accidents cyclistes en France métropolitaine en 2008.

Âge	Blessés hospitalisés	Blessés non hospitalisés
0 à 14 ans	275	383
15 à 24 ans	245	611
25 à 44 ans	337	965
45 à 64 ans	458	669
65 ans ou +	224	219
Total	1 539	2 847

(*Source : fub.fr*)

Les accidents sont considérés comme graves lorsque les blessés sont hospitalisés. Un article affirme : « À partir de 25 ans, la gravité des accidents cyclistes augmente avec l'âge ». Cette affirmation semble-t-elle vraie ?

Âge	Nombre d'accidents	Pourcentage de blessés hospitalisés
25 à 44 ans	1 302	25,9
45 à 64 ans	1 127	40,6
65 ans ou +	443	50,6

En effet, puisque la proportion de blessés hospitalisés parmi une tranche d'âge augmente avec l'âge, on peut dire que la gravité des accidents augmente avec l'âge.

Analyse d'un nuage de points

EXERCICE CORRIGÉ

Le tableau suivant donne la superficie en km² et la population en millions d'habitants de cinq pays.

1. Construire le nuage de points associé.

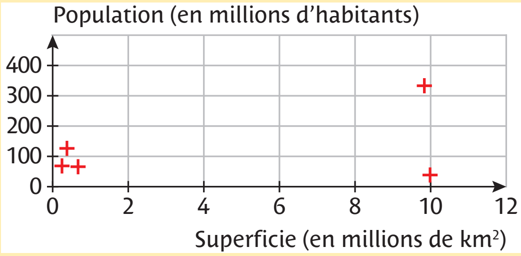
	Population	Superficie
Canada	38	9 984 670
France	65,4	672 051
Japon	126	377 975
États-Unis	332,9	9 833 517
Royaume-Uni	68,2	246 690

(Source : EPRS, 2021)

2. Qu'observe-t-on sur le graphique pour le Canada ?

CORRECTION

1.



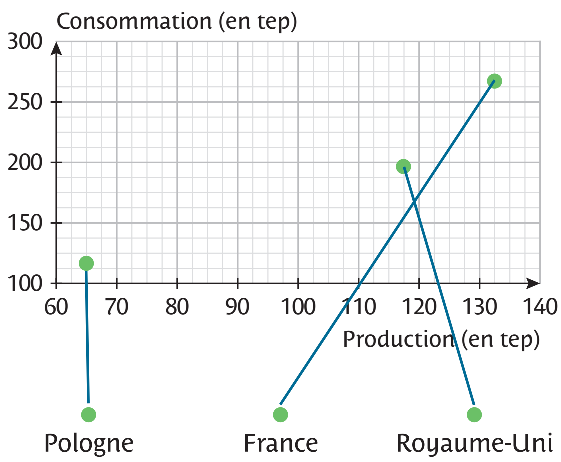
2. Le Canada est le plus grand pays et le moins peuplé.

1 On donne la production et la consommation d'énergie en tonnes équivalent pétrole (tep) de trois pays.

	Production	Consommation
France	132,2	256
Pologne	64	105,1
Royaume-Uni	118,1	185,5

(Source : INSEE, 2017)

Relier chaque point du nuage au pays qu'il représente.

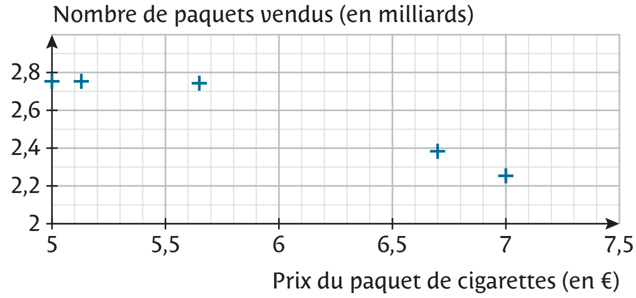


2 Le tableau ci-dessous donne le prix moyen du paquet de 20 cigarettes en France, en euros, et le nombre total de paquets de 20 cigarettes vendus en France, en milliards.

Année	2004	2007	2010	2013	2016
Prix du paquet	5	5,13	5,65	6,7	7
Nombre total de paquets vendus	2,75	2,75	2,74	2,38	2,25

(Source : Baromètre de la Santé, INVS)

1. Construire le nuage de points associé à ce tableau.



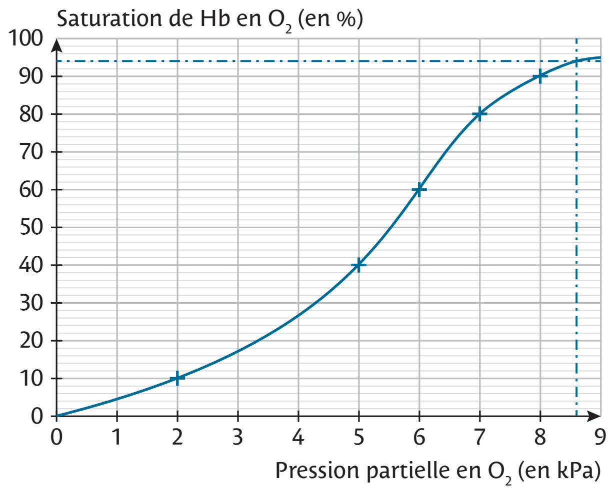
2. La hausse du prix a-t-elle fait diminuer le tabagisme ?

Le graphique montre que le nombre de paquets vendus a diminué avec la hausse du prix. Mais il n'indique pas si la hausse du prix a été l'unique motivation pour fumer moins.

3 On soumet un litre de sang à différentes valeurs de pression partielle en dioxygène et on mesure la saturation de l'hémoglobine en O_2.

Pression partielle (en kPa)	2	5	6	7	8
Saturation de Hb en O_2 (en %)	10	40	60	80	90

1. Construire le nuage de points associé à ce tableau.



2. La saturation est considérée comme normale à partir de 94 %. Estimer la pression correspondante.

La pression cherchée est environ 8,6 kPa.

Analyse d'un nuage de points (tableur)

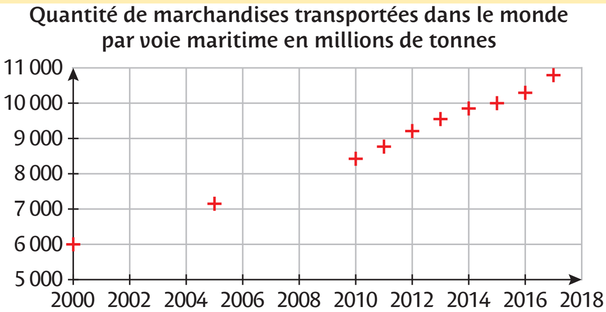
Fichiers tableurs – Fiche 5
www.lienmini.fr/8188-fiche5

EXERCICE CORRIGÉ

Le fichier à télécharger donne les quantités de marchandises transportées dans le monde par voie maritime entre 2000 et 2017, exprimées en millions de tonnes (*Source : Nations Unies (UNCTAD)*).

À l'aide du tableur, tracer le nuage de points représentant cette série puis décrire la forme du nuage de points obtenu.

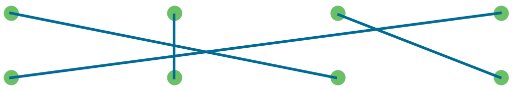
CORRECTION



Les points du nuage semblent alignés. La quantité de marchandises transportées dans le monde par voie maritime semble croître à vitesse constante.

1 Le fichier à télécharger présente quatre séries de nombres. À l'aide du tableur, tracer le nuage de points représentant chaque série. Relier ensuite chaque série à la tendance du nuage de points obtenu.

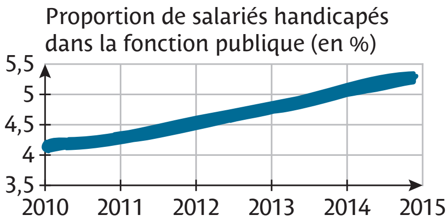
Série 1 Série 2 Série 3 Série 4



Aligné, croissant — Aligné, décroissant — Sur une courbe — Dispersé

2 Le fichier à télécharger donne la part des salariés handicapés dans la fonction publique (*Source : INSEE*).

1. Représenter ce tableau graphiquement par un nuage de points avec le tableur, puis colorier dans le graphique vierge ci-dessous l'emplacement du nuage.



2. Décrire la forme du nuage.

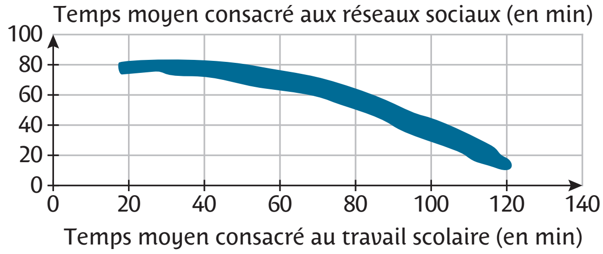
Les points semblent alignés, avec une pente positive.

3. Quel phénomène est mis en évidence ?

La proportion de salariés handicapés dans la fonction publique croît à vitesse constante.

3 Le fichier à télécharger donne les temps moyens consacrés aux réseaux sociaux et au travail scolaire de 100 élèves de Première.

1. Représenter ce tableau graphiquement par un nuage de points avec le tableur, puis colorier dans le graphique vierge ci-dessous l'emplacement du nuage.



2. Décrire la forme du nuage.

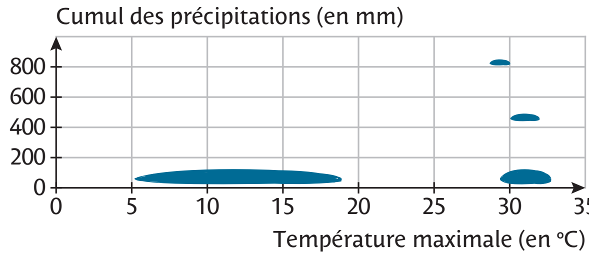
Les points semblent alignés, avec une pente négative.

3. Quel phénomène est mis en évidence ? Est-il prouvé ?

On constate que les élèves passant le plus de temps sur les réseaux sociaux consacrent le moins de temps à leur travail scolaire. Toutefois, on ne peut rien conclure sur le lien de causalité entre les deux sans questionnaire plus poussé.

4 Le fichier à télécharger donne, pour 56 stations météo, la température maximale enregistrée et le cumul des précipitations en mm le 01/04/2021 (*Source : Météo France*).

1. Représenter ce tableau graphiquement par un nuage de points avec le tableur, puis colorier dans le graphique vierge ci-dessous l'emplacement du nuage.



2. Décrire la forme du nuage.

Le nuage présente quatre groupes de points distincts.

3. Interpréter le nuage en s'aidant des localisations des stations météo.

Les stations météo représentées par le nuage « principal » sont en Métropole. Les points isolés représentent des stations situées dans des îles ou des archipels, dans différents océans. Le lien entre température et précipitation semble dépendre de la position sur le globe.

Analyse d'un diagramme en barres

EXERCICE CORRIGÉ

Les enseignants d'EPS ont fait un sondage à la rentrée sur la pratique sportive des élèves hors du lycée.

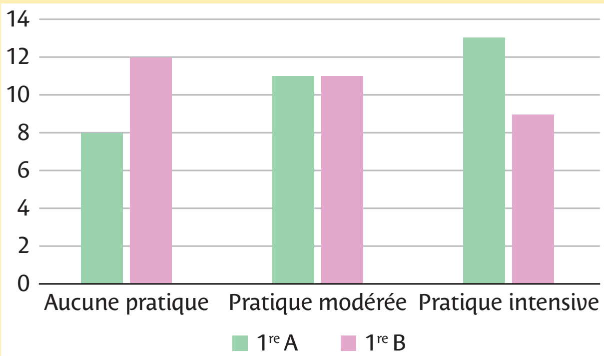
Classe	Aucune pratique	Pratique modérée	Pratique intensive
1re A	8	11	13
1re B	12	11	9

1. Représenter ce sondage par un diagramme en barres selon les types de pratiques sportives.

2. Quelle est la classe la plus sportive ?

CORRECTION

1.

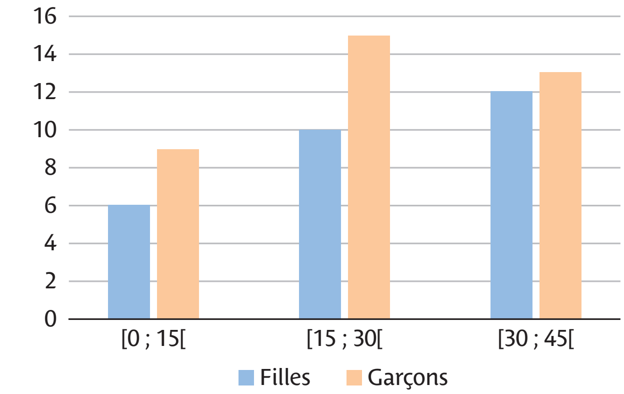


2. En 1re 1, la barre « pratique intensive » est la plus haute alors que pour les 1re 2 c'est la barre « aucune pratique ». La classe de 1re 1 est plus sportive.

1

Des élèves ont été sondés sur leur temps de trajet pour venir au lycée. Les données ont été représentées par un diagramme en barres.

Temps de trajet (en min) pour aller au lycée



Cocher la réponse exacte.

a. Le nombre de filles dont le temps de trajet varie entre 15 et 30 min est :

☐ 12 ☐ 6 ☑ 10

b. Le nombre de garçons sondés est :

☐ 7 ☑ 37 ☐ non connu

c. Le nombre d'élèves dont le temps de trajet est entre 15 et 30 min est plus important que celui des élèves dont le temps de trajet est entre 30 et 45 min.

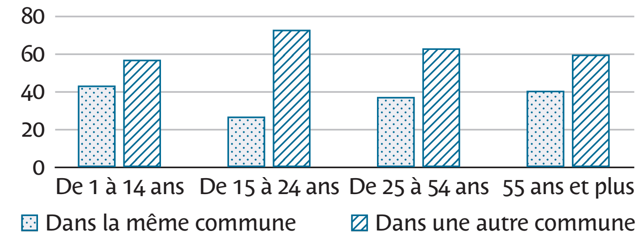
☐ Vrai ☑ Faux

2

Ce tableau donne le nouveau lieu de résidence selon l'âge après un déménagement (*Source : INSEE, Île-de-France, 2019*).

	Dans la même commune	Dans une autre commune
De 1 à 14 ans	43,1	56,9
De 15 à 24 ans	26,9	73,1
De 25 à 54 ans	37,1	62,9
55 ans et plus	40,4	59,6

1. Construire le diagramme en barres correspondant.



2. À quelle catégorie correspond la barre la plus haute ?

À celle des 15 à 24 ans vers une autre commune.

3. Proposer une raison.

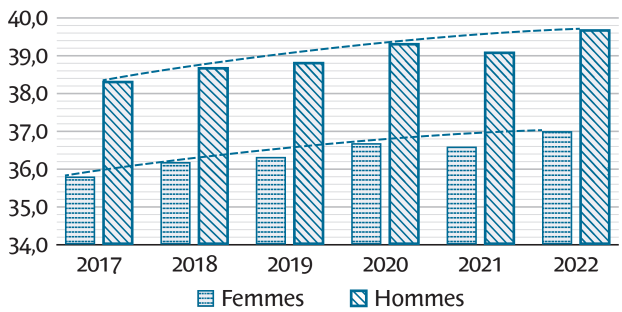
Entre 18 et 24 ans, de nombreux jeunes quittent le domicile de leurs parents.

3

Ce tableau donne l'âge moyen des époux lors du mariage en France (*Source : INSEE*).

	Femme	Homme
2021	36,6	39,1
2020	36,7	39,3
2019	36,3	38,8
2018	36,2	38,7
2017	35,8	38,3

1. Construire le diagramme en barres correspondant.



2. Estimer les âges moyens lors du mariage en 2022.

On trace la tendance en pointillés.

L'âge moyen pour les femmes pourrait être 37 ans et l'âge moyen pour les hommes pourrait être 39,7 ans.

Analyse d'un diagramme en barres (tableur)

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/8188-01

Fichiers tableurs – Fiche 7
www.lienmini.fr/8188-fiche7

EXERCICE CORRIGÉ

Le fichier à télécharger donne le diplôme des sortants d'études initiales en 2021 selon leur origine sociale (profession des parents) (*Source : INSEE*).

1. On souhaite construire un diagramme en barres qui donne, pour chaque diplôme obtenu, la répartition selon la profession des parents.
Dans quelles plages de cellules se trouvent :
a. les titres des barres ?
b. les catégories pour la légende ?
c. les données chiffrées ?

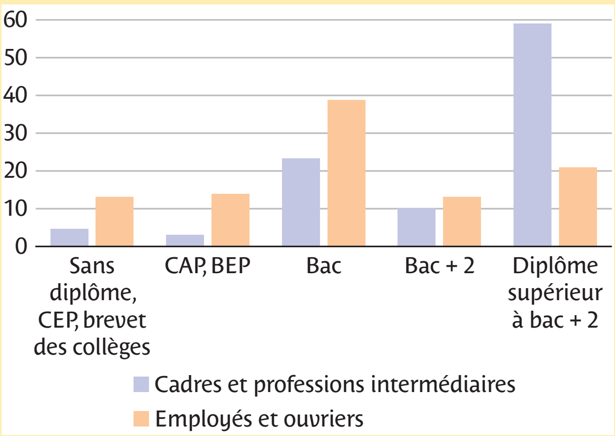
2. Construire le diagramme en barres.

3. Interpréter ce diagramme en barres.

CORRECTION

1. a. Titres des barres : A2:A6
b. Catégories pour la légende : B1:C1
c. Données chiffrées : B2:C6

2.



3. Ce diagramme illustre la reproductibilité sociale d'une génération à l'autre. Les enfants d'employés et d'ouvriers sont peu nombreux à avoir un diplôme postbac. C'est l'inverse chez les enfants de cadres.

1 Les élèves de deux classes de Première ont été sondés concernant leurs goûts musicaux.

	A	B	C
1		1re 1	1re 2
2	Pop & Variétés	12	8
3	Hip-Hop & RnB	8	6
4	Rock & Indé	4	10
5	Dance & Musique électronique	5	8
6	Musique du monde	6	0
7	Classique	0	3
8	Total	35	35

1. Cocher la réponse exacte.
Quelle est la plage de cellules à sélectionner pour obtenir un diagramme en barres représentant ce tableau ?

☐ A1:C8 ☑ A1:C7 ☐ A2:C8

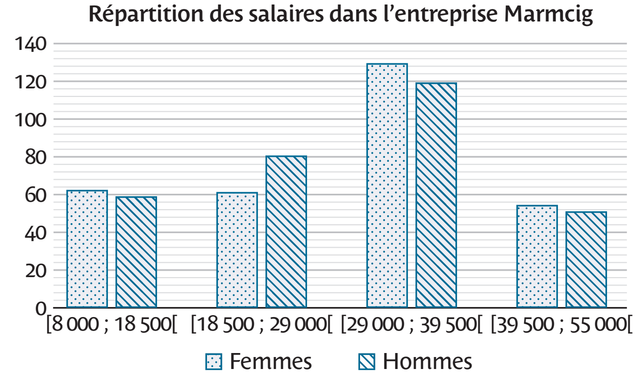
2. Indiquer la plage de cellules qui contient :

a. le titre des barres : A2:A7

b. la légende : B1:C1

2 Le fichier à télécharger donne le sexe et le salaire annuel des salariés de l'entreprise Marmcig.

1. Construire le diagramme en barres correspondant.



2. L'entreprise affirme être engagée dans l'égalité salariale entre hommes et femmes.
Que peut-on en penser au vu de ce diagramme ?

La hauteur des barres ne montre pas de disparité flagrante. L'affirmation semble plutôt vraie. D'autres indicateurs pourraient affiner la réponse.

3 Le fichier à télécharger propose les résultats d'un sondage réalisé en ligne auprès de 340 personnes sur leurs utilisations d'Internet, triées par classe d'âge.
On souhaite obtenir un diagramme en barres qui donne, pour chaque tranche d'âge, la répartition des utilisations des types d'usages d'Internet.

1. Sélectionner la plage A1:D7 et construire le diagramme en barres proposé par défaut. Analyser les résultats du sondage sur la base de ce graphique.

L'utilisation intensive est prédominante dans toutes les tranches d'âge sauf chez les 70 ans et plus. L'utilisation modérée diminue avec l'âge alors que la non-utilisation augmente avec l'âge.

2. À partir des mêmes données, construire un diagramme en barres qui donne, pour chaque type d'usage, la répartition par âge.
Ce changement de point de vue change-t-il l'analyse de sondage ?

Relire la fiche méthode des diagrammes en barres.

On remarque toujours que l'utilisation modérée diminue avec l'âge alors que la non-utilisation augmente. Par contre, ce nouveau graphique met en valeur une sur-représentativité des 70 ans et plus parmi les non-utilisateurs d'Internet alors que la prédominance de l'utilisation intensive dans toutes les tranches d'âge est moins visible.

Analyse d'un diagramme circulaire

EXERCICE CORRIGÉ

Le tableau ci-dessous donne la répartition des motifs invoqués par les femmes ayant déclaré avoir été victimes de discrimination (*Source : INSEE, 2022*).

Motifs	2008-2009	2019-2020
Origine, nationalité, couleur de peau	44	32
Sexe	28	46
Âge	14	15

On souhaite comparer les résultats de cette enquête en représentant 2008-2009 et 2019-2020 par deux diagrammes circulaires.

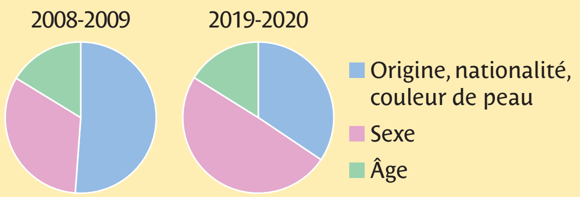
1. Expliciter la démarche et construire les diagrammes.

2. Interpréter ces diagrammes.

CORRECTION

1. Pour faire un diagramme circulaire, il faut calculer les mesures des secteurs angulaires à tracer. La mesure de chaque secteur est proportionnelle à l'effectif représenté. Il est donc nécessaire de connaître les effectifs totaux. On ajoute donc une ligne « Total ». Le total de la colonne « Angles » vaut 360°.

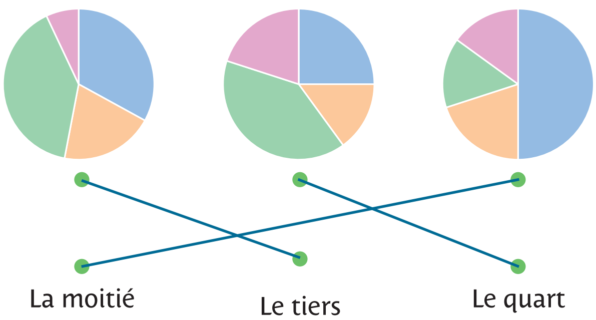
	Données brutes		Angles	
Motifs	2009	2020	2009	2020
Origine	44	32	184°	124°
Sexe	28	46	117°	178°
Âge	14	15	59°	58°
Total	86	93	360°	360°



2. Les graphiques montrent l'augmentation nette des déclarations au motif de discrimination sexiste.

1

Relier chaque graphique à la proportion correspondant au secteur bleu.

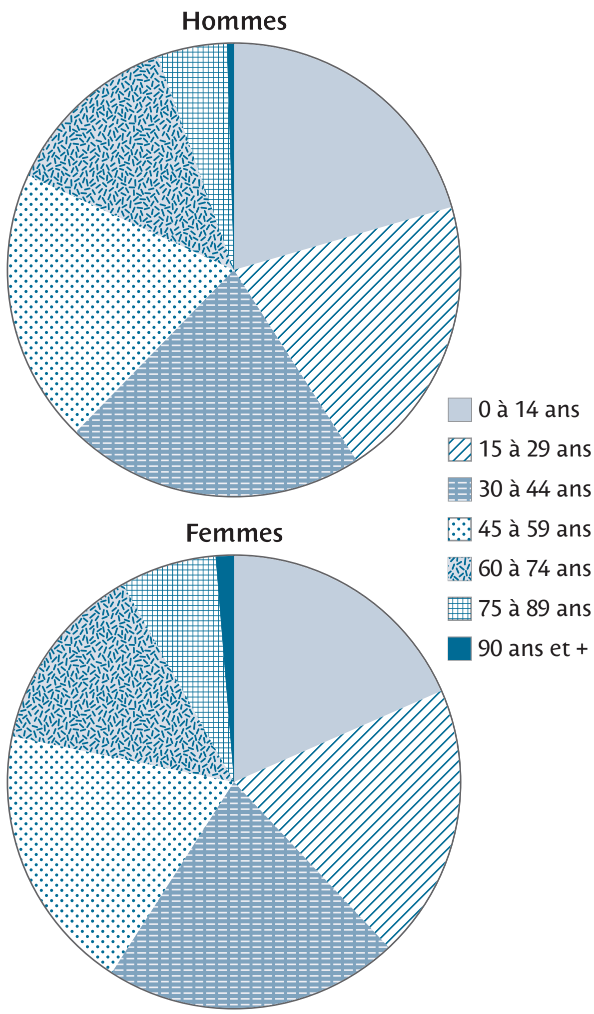


2

Le tableau ci-dessous donne la répartition de la population d'Île-de-France en 2019 (*Source : INSEE*).

	Données brutes		Angles	
	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes
Ensemble	5 917 923	6 344 621	360°	360°
0 à 14 ans	1 214 323	1 168 619	74°	66°
15 à 29 ans	1 205 472	1 243 382	73°	71°
30 à 44 ans	1 267 390	1 335 663	77°	76°
45 à 59 ans	1 156 226	1 216 157	70°	69°
60 à 74 ans	752 305	863 868	46°	49°
75 à 89 ans	292 242	434 503	18°	25°
90 ans et +	29 965	82 429	2°	5°

1. Construire les deux diagrammes circulaires.



2. Comparer le nombre de femmes et d'hommes de plus de 60 ans.

Le nombre de femmes est nettement supérieur au nombre d'hommes : les femmes vivent plus longtemps que les hommes.

Analyse d'un diagramme circulaire (tableur)

EXERCICE CORRIGÉ

Le fichier à télécharger est un extrait de la publication « INSEE Analyses Corse ; n° 41 ; juin 2022 », intitulée « *Indicateurs de développement durable : un bon niveau de préservation de l'environnement en Corse* ». On souhaite construire deux diagrammes circulaires représentant l'état écologique des cours d'eau en Corse en 2010 et en 2020.

1. Quelles plages de données faut-il sélectionner pour le diagramme représentant 2010 ?

2. Quelles plages de données faut-il sélectionner pour le diagramme représentant 2020 ?

> Pour sélectionner deux plages non contiguës, on sélectionne la première puis, en maintenant la touche ctrl, on sélectionne la deuxième.

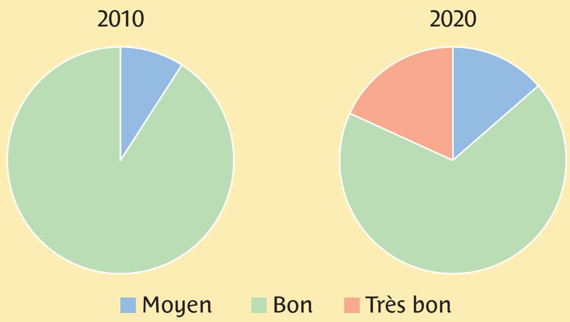
3. a. Construire les deux diagrammes.
b. Utiliser ces graphiques pour donner un argument justifiant le titre « *Un bon niveau de préservation de l'environnement en Corse* ».

CORRECTION

1. B4:D5

2. B4:D4 et B15:D15

3. a.



b. Entre 2010 et 2020, on constate l'apparition d'un secteur angulaire « Très bon ». On peut en déduire que l'état écologique des cours d'eau s'est amélioré.

1 Le tableur ci-dessous présente les investissements des entreprises pour protéger l'environnement en 2020, en millions d'euros (*Source : INSEE*).

	A	B
1	**Type d'investissement**	**Montant**
2	Limitation des gaz à effet de serre	407
3	Protection de l'air	233
4	Eaux usées	194
5	Sites, paysages et biodiversité	142
6	Sols, eaux souterraines et de surface	139
7	Déchets hors radioactifs	90
8	Bruits et vibrations	24
9	Autres	63
10	**Ensemble**	**1292**

Cocher la réponse exacte.
Quelle est la plage de cellules à sélectionner pour obtenir un diagramme circulaire représentant ce tableau ?

☐ A1:B10 ☐ A2:B10 ☐ B2:B9 ☑ A2:B9

2 Le fichier à télécharger est un second extrait de la publication sur la Corse de l'INSEE, sur l'utilisation de l'eau prélevée en Corse.
Réaliser et commenter les diagrammes circulaires donnant la répartition des prélèvements en 2013 et 2019.

On constate une diminution de la consommation d'eau potable au profit de l'irrigation.

3 Le fichier à télécharger est un extrait de la publication « INSEE Analyses Pays de la Loire ; n° 105 ; juillet 2022 », intitulée « *Nantes Métropole : concentration accrue de personnes aux revenus élevés* ».
L'année 2004 et la zone géographique de la métropole de Nantes ont servi de base pour fixer des seuils définissant les revenus afin d'avoir une répartition de référence.

1. On veut construire quatre diagrammes circulaires correspondant aux deux années et aux deux zones géographiques étudiées. Dans quelle plage de cellules se trouvent les catégories pour la légende ? A2:A5

2. Pour chaque graphique, indiquer son titre et la plage de cellules qui contient les données.

N°	Titre du diagramme	Plage de cellules
1	2004 – Nantes Métropole	B2:B5
2	2017 – Nantes Métropole	C2:C5
3	2004 – Reste de la Loire-Atlantique	D2:D5
4	2017 – Reste de la Loire-Atlantique	E2:E5

3. Choisir deux graphiques pour donner un argument justifiant le titre « *Concentration accrue de personnes aux revenus élevés dans la métropole de Nantes* ».

La comparaison des graphiques 1 et 2 illustre une diminution de la part des revenus modestes au profit d'une augmentation des parts des deux catégories de revenus élevés dans la métropole nantaise.

4. Peut-on conclure à un « exode rural » des habitants de Loire–Atlantique avec des revenus élevés vers la métropole nantaise ?

Non, la comparaison des graphiques 3 et 4 montre aussi une diminution de la part des revenus modestes au profit d'une augmentation des parts des deux catégories de revenus élevés dans le reste du département. Le phénomène est juste moins marqué.

FICHE 10

Détermination d'un sous-ensemble

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/8188-01

Fichiers tableurs – Fiche 10
www.lienmini.fr/8188-fiche10

EXERCICE CORRIGÉ

Le fichier à télécharger est un extrait du fichier des adhérents d'un club de sport.
L'objectif est de colorier en rouge les noms et prénoms des enfants dont l'inscription n'est pas validée.
Décrire les étapes.

CORRECTION

Les cellules à colorier sont dans les colonnes A et B et les cellules à tester sont dans la colonne E.
Avec Excel :
- Sélectionner la plage à colorier : A2:B48.
- Ouvrir le menu « Mise en forme conditionnelle ».
- Choisir la rubrique « Nouvelle règle ».
- Choisir l'option « Utiliser une formule pour déterminer pour quelles cellules le format s'applique ».
- Saisir la formule =$E2="Non".
- Choisir la mise en forme souhaitée.
- Valider.

1 Le fichier à télécharger est un fichier de stock d'un supermarché fictif. Il donne, pour chaque produit :
- le rayon où se trouve le produit ;
- le nom du produit ;
- la quantité de produit en stock dans le magasin ;
- la moyenne des ventes journalières de la semaine dernière.

Afin de préparer la prochaine commande de réassortiment, le responsable du magasin souhaite repérer en rouge les lignes des produits dont le stock est inférieur à 200 et en vert les autres.

1. Quelle plage sélectionner pour la mise en forme conditionnelle ? A2:D184

2. Quelle formule saisir pour la mise en forme conditionnelle « rouge » ? =$C2<200

3. Donner la négation de cette formule pour la mise en forme conditionnelle « verte ». =NON($C2<200)

4. a. Le responsable du supermarché souhaite affiner cette estimation. Pour cela, il suppose que les ventes de la semaine à venir correspondront au septuple de la moyenne journalière de la semaine précédente.
Quel nouveau critère doit-il choisir ?
L'état du stock est dans la colonne C.
Il manquera des produits en rayon s'il est inférieur à 7 fois la moyenne journalière inscrite dans la colonne D.

b. Cocher la réponse exacte.
Quelle formule doit-on alors saisir pour la mise en forme conditionnelle « rouge » ?

☐ =$C$2<7*$D$2 ☑ =$C2<7*$D2
☐ =$C2<7*D2 ☐ =C2<7*D2

2 Bob est responsable du suivi des clients dans l'entreprise Marmcig. Le fichier à télécharger est un extrait de son fichier clients.
Il donne pour chaque client :
- son âge ;
- son lieu de résidence ;
- le montant de sa dernière commande ;
- le nombre de commandes passées en 2022.

Bob souhaite créer un statut de clients VIP et un statut de clients premium. Les clients VIP sont les clients qui ont dépensé plus de 400 € lors de leur dernière commande. Les clients premium sont les clients VIP qui ont passé au moins quatre commandes en 2022.
Afin de repérer ces clients dans son fichier, Bob souhaite colorier les lignes correspondantes de son fichier :
- en vert les clients VIP ;
- en jaune les clients premium ;
- en rouge les autres.

1. Quelle plage faut-il sélectionner pour la mise en forme conditionnelle ? A2:E1180

2. a. Quelle formule saisir pour la mise en forme conditionnelle « verte » ?

☐ =D$2<400 ☑ =$D2>400
☐ =$D$2>400 ☐ =$D2<400

Utiliser le fichier fourni pour tester vos réponses.

b. Quelle formule saisir pour la mise en forme conditionnelle « jaune » ?

☐ =OU(D$2>400;E$2>=4) ☐ =ET(D$2<400;E2=>4)
☐ =OU($D2<400;$E2=>4) ☑ =ET($D2>400;$E2>=4)

3. Quelle formule saisir pour la mise en forme conditionnelle « rouge » ? =$D2<=400

4. a. Bob veut désormais créer un statut intermédiaire pour les clients ayant soit dépensé plus de 400 €, soit fait plus de 4 commandes l'année dernière.
Écrire une condition permettant d'afficher les lignes de ces clients en bleu et écrire la formule ci-dessous.
=OU($D2>400;$E2>4)

b. Expliquer pourquoi les lignes vertes et jaunes vont disparaître.
Le critère « client ayant dépensé plus de 400 € » est vérifié à la fois par les clients VIP et par cette nouvelle mise en forme conditionnelle. Les clients premium sont aussi des VIP. Les lignes vertes et jaunes vont donc changer de couleur à l'application de la nouvelle mise en forme conditionnelle.

1 Sécurité routière

Fichier BAAC www.lienmini.fr/8188-p17

Le fichier BAAC à télécharger est le fichier national annuel du bulletin d'analyse des accidents corporels de la circulation de 2020 (*Source : data.gouv.fr*).

1. Dresser le tableau croisé dynamique selon les types d'accidents et les catégories de véhicules.

Catégorie de véhicule	Accident grave non mortel	Accident léger	Accident mortel	Total général
Cyclo	1 871	3 880	141	5 892
Moto	3 986	6 531	559	11 076
Utilitaires et poids lourds	2 061	5 174	552	7 787
Transports en commun	136	452	33	621
Véhicule de tourisme	12 968	32 245	2 306	47 519
Autres et indéterminables	596	1 043	130	1 769
Total général	21 618	49 325	3 721	74 664

2. Donner la proportion d'accidents avec un deux-roues ou un véhicule de tourisme dans chaque type d'accident.

Catégorie de véhicule	Accident grave non mortel	Accident léger	Accident mortel
Deux-roues	27 %	21 %	19 %
Véhicule de tourisme	60 %	65 %	62 %

3. Pourquoi ne peut-on pas conclure que rouler en deux-roues est moins dangereux qu'en véhicule de tourisme ?

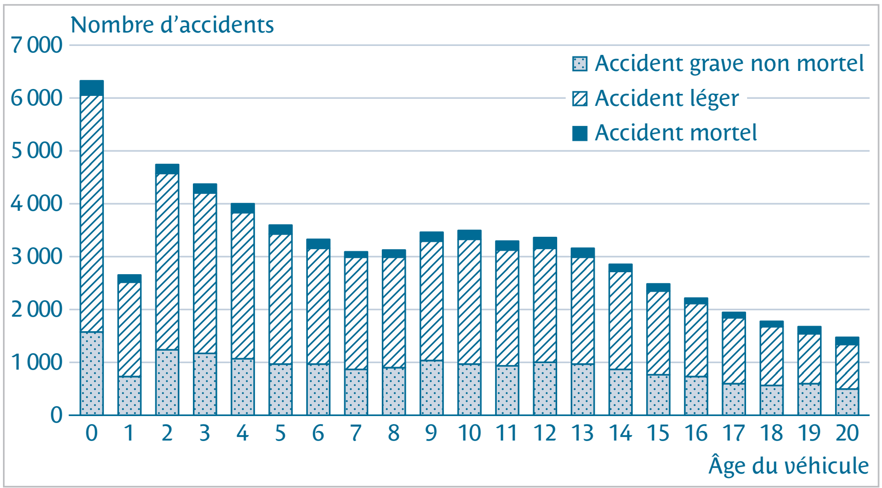
Ce tableau donne, parmi les accidents, la proportion de véhicules de tourisme et de deux-roues. Pour comparer les risques d'avoir un accident avec un deux-roues ou avec un véhicule de tourisme, il faut comparer la proportion d'accidents parmi les véhicules de tourisme en circulation à la proportion d'accidents parmi les deux-roues en circulation.

2 Question de risque

Prise d'initiative

On utilise à nouveau le fichier BAAC. Est-il plus dangereux de rouler avec un vieux véhicule ? Illustrer la réponse avec un graphique.

Proposition de correction : Le graphique permet de mettre en évidence un nombre relativement équivalent d'accidents graves non mortels ainsi que d'accidents mortels, quel que soit l'âge du véhicule.
Concernant les accidents légers, le nombre d'accidents diminue avec l'âge du véhicule, les plus âgés étant moins nombreux en circulation.
Cette étude permet de conjecturer que l'âge du véhicule n'est pas un critère aggravant du risque d'accident.
Il faudrait d'autres angles d'études pour le confirmer.



3 Évolution de l'indice des prix du logement en France ÉCONOMIE

Fichier tableur www.lienmini.fr/8188-p18

Le ficher à télécharger donne l'indice des prix des logements de type appartements et maison en province et en Île-de-France de 2000 à 2022. Les indices des prix sont proportionnels aux prix et l'indice de référence 100 correspond à ceux de 2015 (*Source : INSEE*).

Partie 1 – Étude préliminaire

1. Construire le diagramme en barres permettant de comparer l'évolution de l'indice des prix des appartements en province et en Île-de-France. Graduer l'axe horizontal avec année-trimestre.
Indiquer la plage de cellules sélectionnée.

La plage est A1:C90.

2. Comparer l'évolution de l'indice des prix des appartements en province et en Île-de-France au cours du temps.

On observe des pentes assez similaires pour les deux courbes d'indices donc l'évolution des prix est comparable en province et en Île-de-France. On note cependant une augmentation des prix en Île-de-France plus rapide entre 2016 et 2020, phénomène qui s'est inversé depuis 2020.

3. Quels événements peuvent expliquer l'inversement de tendance récente ?

La crise du COVID-19 et le confinement ont pu développer chez les Franciliens habitant en appartement une envie de changer de mode de vie et de déménager en province.

Partie 2 – Étude globale

4. On se propose d'analyser ce phénomène en comparant les données des quatre types de logement.
Afin de mieux visualiser les données, quel changement d'échelle préconiser ?

Axe horizontal : du 1er trimestre 2020 (premier confinement) au 1er trimestre 2022

Axe vertical : des indices 105 à 132

5. Construire le graphique sur le tableur et décrire les points saillants du graphique.

Globalement, la hauteur des barres augmente avec le temps. Toutefois, pour les appartements en Île-de-France, on constate un infléchissement et potentiellement un début de stagnation depuis le dernier trimestre 2021. En parallèle, on remarque qu'à partir du 3e trimestre 2021, la pente formée par les barres correspondant aux maisons en province devient supérieure à celles de toutes les autres catégories.

6. Après avoir effectué des recherches complémentaires, confirmer ou infirmer la réponse à la question **3.** en citant ses sources.

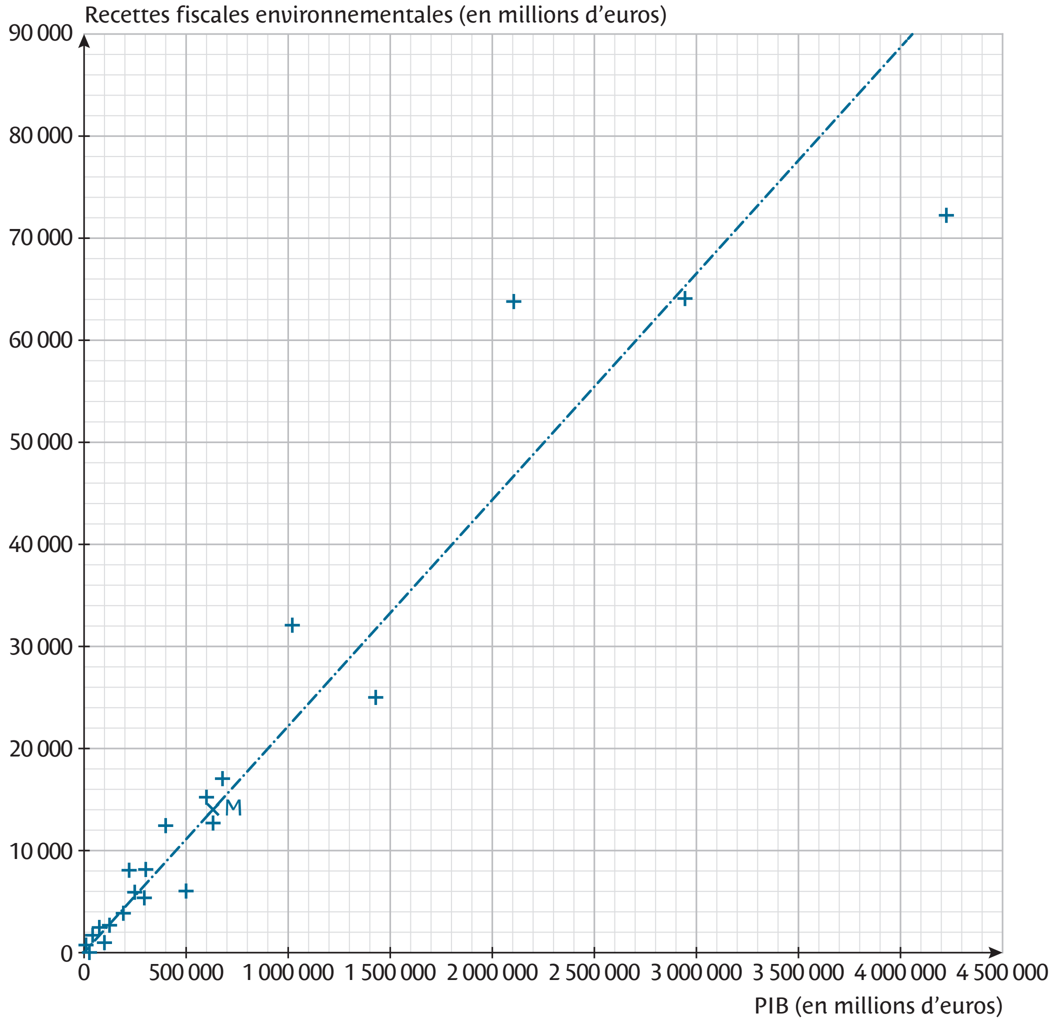
Proposition de correction : Les prix des logements sont corrélés au rapport entre l'offre et la demande. Or, en sortie de confinement, l'appétence pour les maisons en province a augmenté alors que le nombre de biens mis en vente a diminué.
(Source : Pourquoi y a-t-il une pénurie de biens à vendre sur le marché immobilier ? Se Loger)
Toutefois, la crise du COVID-19 ne permet pas de tout expliquer. De nombreuses disparités régionales existent. Dans les Hauts-de-France, le vieillissement de la population et l'augmentation du nombre de ménages ont une influence prépondérante sur les besoins en logement, alors qu'en Provence-Alpes-Côte-d'Azur l'attrait touristique et la demande de résidences secondaires se rajoutent à la demande en résidence principale.
(Sources : INSEE Analyses Provence-Alpes-Côte d'Azur ; n° 99 ; Décembre 2021
INSEE Analyses Hauts-de-France ; n° 104 ; Novembre 2019)

4 Taxes environnementales de l'UE ÉCONOMIE ÉCOLOGIE

Fichier tableur
www.lienmini.fr/8188-p19

Le fichier à télécharger donne les recettes fiscales environnementales et le PIB des pays de l'Union Européenne (*Source : Eurostat, 4 mars 2022*).

1. a. Construire le nuage de points associé. Pour simplifier, on pourra ne représenter que les cellules en vert.



b. Décrire la forme de ce nuage de points et l'interpréter.

Les points du nuage semblent globalement alignés.

La proportion du PIB que représentent les recettes fiscales environnementales semble globalement uniforme dans les pays de l'Union Européenne.

2. Afin de préciser l'interprétation, on va déterminer les coordonnées du point moyen M : son abscisse est la moyenne des abscisses et son ordonnée la moyenne des ordonnées.
Quelle formule programmer dans les cellules B29 et C29 pour obtenir ses coordonnées ?

B29=MOYENNE(B2:B28) et C29=MOYENNE(C2:C28).

3. À l'échelle de l'Union Européenne, quelle proportion du PIB représentent les recettes fiscales environnementales ?

$\frac{14\ 117}{630\ 689} \times 100 \approx 2{,}24$

La proportion moyenne du PIB que représentent les recettes fiscales environnementales est d'environ 2,24 %.

4. Sur le graphique de la question **1. a.**, tracer la droite passant par l'origine et le point moyen.

5. Quels sont les deux pays dont les points représentatifs sont les plus éloignés de la « droite moyenne » ? Commenter.

Italie : $\frac{63\ 836}{2\ 099\ 880} \times 100 \approx 3{,}04$ Allemagne : $\frac{72\ 215}{4\ 223\ 116} \times 100 \approx 1{,}71$

Les recettes fiscales environnementales représentent 3,04 % du PIB de l'Italie et 1,71 % du PIB de l'Allemagne.

Ces deux pays n'ont pas choisi la même politique de financement de leurs programmes environnementaux.

Cela illustre que, bien qu'il y ait une politique commune aux pays de l'UE, les adaptations locales existent.

5 Des nouvelles chaussures de sport ÉCONOMIE

Fichier tableur
www.lienmini.fr/8188-p20

Un fabriquant de chaussures de sport réunit son équipe marketing pour préparer le lancement d'un nouveau modèle de chaussures de running.

Partie 1 – Apprendre à connaître ses clients

L'équipe réalise un sondage auprès de leurs clients pour connaître le prix maximum qu'ils accepteraient de payer pour une paire de chaussures. Les résultats du sondage sont consignés dans le fichier à télécharger.

1. Construire un tableau croisé dynamique permettant de compter, pour chaque prix proposé, le nombre de personnes dont c'est le budget maximum. On créera le tableau dans une nouvelle feuille, en cellule A1.

Combien de clients ont proposé 500 € ? 8 clients ont un budget maximum de 500 €.

2. Copier-coller les valeurs du tableau dynamique dans la feuille 2 à partir de la cellule A2, puis construire le nuage de points associé dans le tableur. Interpréter la forme de ce nuage de points.

Les points du nuage sont groupés. Entre 200 € et 500 €, le nombre de clients intéressés décroît très rapidement quand le prix des chaussures augmente.

Partie 2 – Projection sur les ventes potentielles

L'équipe veut savoir l'incidence du choix du prix sur le chiffre d'affaires potentiel. Le chiffre d'affaires correspond aux recettes perçues par la vente des chaussures. On évalue d'abord le nombre potentiel de ventes dans la colonne C.

3. Combien de clients ont un budget maximum supérieur ou égal à 900 € ? Indiquer :

a. la cellule qui contiendra la réponse : C72 (la réponse variera avec le logiciel et l'emplacement du tableau croisé)

b. la formule à saisir dans cette cellule : =SOMME(B72:B81) **c.** le résultat donné par le tableur : 41 clients

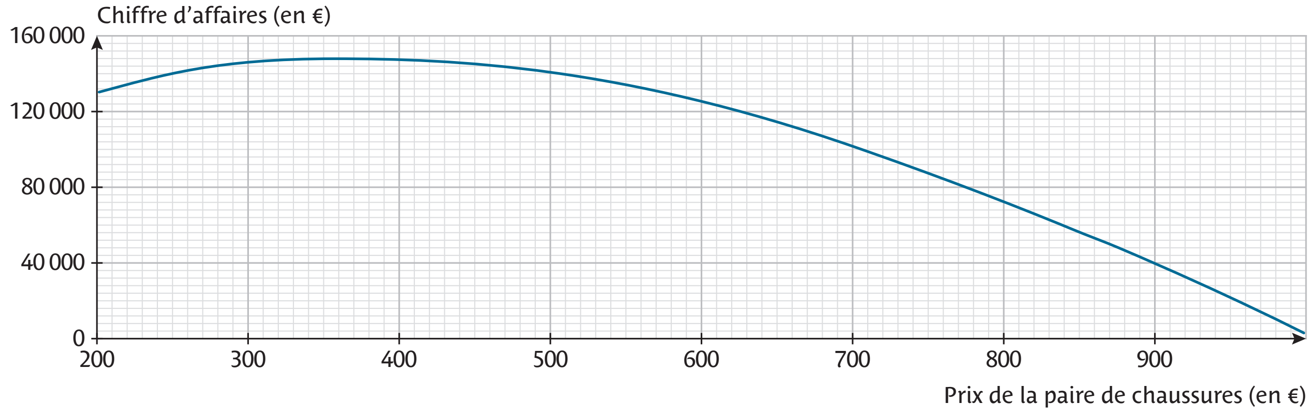
4. Le prix de vente des chaussures est fixé à 900 €. Quel sera le chiffre d'affaires si on suppose que tous les clients comptabilisés à la question **3. c.** achètent une paire de chaussures ? $41 \times 900 = 36\,900$

5. Afin de remplir la colonne C du tableur à partir de la cellule C2, quelle correction apporter à la formule indiquée à la question **3. b.** pour la rendre copiable avec la poignée de recopie ? =SOMME(B2:B$81)

Penser au $.

6. Remplir la colonne D. Indiquer la formule saisie en D2 copiable avec la poignée de recopie. =A2*C2

7. Tracer la courbe correspondant au chiffre d'affaires en fonction du prix choisi.



8. Décrire l'évolution du chiffre d'affaires en fonction du prix de vente et conclure.

Le chiffre d'affaires augmente puis diminue quand le prix augmente.

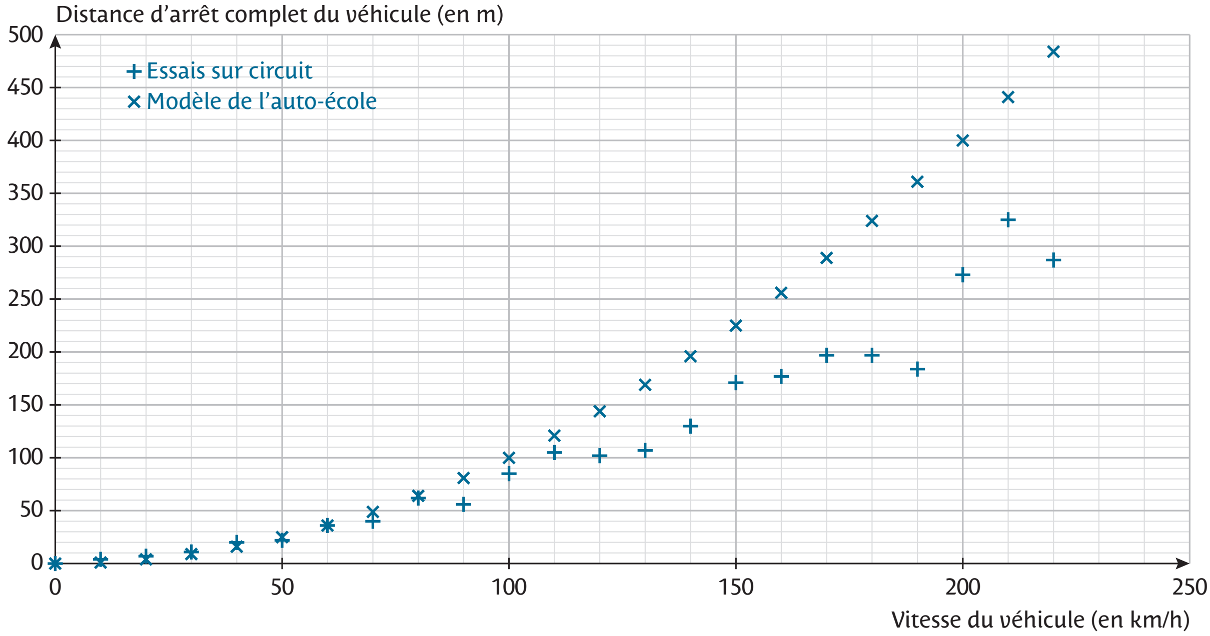
On observe que le chiffre d'affaires maximal est atteint pour un prix autour de 370 €.

6 Contrôle des freins SÉCURITÉ ROUTIÈRE

Le service de contrôle d'un constructeur automobile effectue des tests de freinage pour leur nouveau modèle. Pendant des essais sur circuit, le conducteur est invité à freiner par un signal lumineux. Le tableau ci-dessous consigne les distances parcourues entre l'allumage du signal et l'arrêt complet du véhicule, mesurées lors de ces tests.

Vitesse (en km/h)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
Distance (en m)	4	7	11	20	22	36	40	62	56	85	105
Vitesse (en km/h)	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220
Distance (en m)	102	107	130	171	177	197	197	184	273	325	287

1. Construire le nuage de points correspondant à cette série de données.



2. Peut-on tracer une droite modélisant correctement les résultats des essais sur circuit ?

Non, certains points seront éloignés de la droite : ce phénomène n'est pas modélisable par le modèle linéaire.

3. Pour calculer rapidement la distance d'arrêt complet du véhicule, les auto-écoles proposent de multiplier le premier chiffre (pour les vitesses inférieures à 100 km/h) ou les deux premiers chiffres (pour les vitesses supérieures à 100 km/h) par lui-même. Compléter le tableau et placer les points correspondant sur le graphique.

Vitesse (en km/h)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
Distance (en m)	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121
Vitesse (en km/h)	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220
Distance (en m)	144	169	196	225	256	289	324	361	400	441	484

4. Combien de points sont éloignés de ce nuage théorique ? Conclure.

Les points du nuage obtenus avec les résultats des essais correspondent à ceux du nuage théorique des auto-écoles uniquement pour les vitesses inférieures à 120 km/h. Pour des vitesses supérieures, les points du nuage « Essais sur circuit » sont très éloignés de ceux du nuage théorique. Deux pistes pour conclure :

• Le modèle de calcul proposé par l'auto-école n'est peut-être pas valable pour les vitesses supérieures à 130 km/h puisque nous ne sommes pas censés dépasser cette vitesse.

• Les freins du véhicule d'essai en piste ne se comportent peut-être pas encore comme ils le devraient. Du travail en perspective pour le bureau d'études !

CHAPITRE 2

Phénomènes aléatoires

AUTOMATISMES

QUESTIONS FLASH

Rituel 1

Effectuer des calculs simples avec des décimaux

1 **a.** $1-(0{,}3+0{,}25) = 1-0{,}55 = 0{,}45$

b. $0{,}4\times 300 = \dfrac{4}{10}\times 30\times 10 = 120$

c. $0{,}6\times 0{,}4+0{,}7\times 0{,}2 = 0{,}24+0{,}14 = 0{,}38$

2 On lance un dé tétraédrique truqué. Le tableau suivant donne la probabilité d'obtenir chaque face.

Issue	1	2	3	4	Total
Probabilité	0,2	0,05	0,42	0,33	1

a. Quelle est la probabilité d'obtenir 4 ?

$1-0{,}2-0{,}05-0{,}42 = 0{,}33$

b. Quelle est la probabilité de tomber sur une face avec un nombre impair ? $0{,}2+0{,}42 = 0{,}62$

Résoudre une équation du premier degré

3 Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

a. $0{,}4\,p = 0{,}16$ $\quad p = \dfrac{0{,}16}{0{,}4} = 0{,}4$

b. $0{,}25\,p = 200$ $\quad p = \dfrac{200}{0{,}25} = 800$

c. $0{,}8 = \dfrac{p}{0{,}6}$ $\quad p = 0{,}8\times 0{,}6 = 0{,}48$

Rituel 2

Effectuer des calculs simples avec des fractions

1 **a.** $1-\dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{3}$ **b.** $\dfrac{4}{5}\times 550 = 440$

2 **a.** $\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{5}{8} = \dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4}$ **b.** $1-\left(\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8}\right) = \dfrac{5}{8}$

3 A est un événement tel que $p(A) = \dfrac{7}{12}$.

Quelle est la probabilité de l'événement contraire $\bar{A}$?

$p(\bar{A}) = 1-p(A) = 1-\dfrac{7}{12} = \dfrac{5}{12}$

Résoudre une équation du second degré

4 Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

a. $x^2 = 900$ Les solutions sont $x = 30$ et $x = -30$.

b. $x^2 = -4$ L'équation n'a pas de solution.

c. $p^2 = 0{,}36$ Les solutions sont $p = -0{,}6$ et $p = 0{,}6$.

d. $p^2 = 0{,}09$ Les solutions sont $p = -0{,}3$ et $p = 0{,}3$.

Rituel 3

Effectuer des calculs simples avec des pourcentages

1 **a.** 40 % de 500 = $0{,}40\times 500 = 200$

b. 50 % de 48 % = $0{,}50\times 0{,}48 = 0{,}24$ soit 24 %

2 Dans une urne de 360 boules, il y a 20 % de boules rouges et 30 % de boules noires. Les autres sont jaunes. Combien y a-t-il de boules :

a. rouges ? 72 **b.** noires ? 108 **c.** jaunes ? 180

Effectuer une application numérique d'une formule

3 On sait que $p(A\cup B) = p(A)+p(B)-p(A\cap B)$.
Si $p(A) = 0{,}6$, $p(B) = 0{,}25$ et $p(A\cap B) = 0{,}05$, combien vaut $p(A\cup B)$? $p(A\cup B) = 0{,}6+0{,}25-0{,}05 = 0{,}8$

Rituel 4

Effectuer des calculs simples avec des pourcentages

1 **a.** 20 % de 300 = 60 **b.** 25 % de 820 = 205

2 **a.** 30 % de 70 % = 21 % **b.** 10 % de 48 % = 4,8 %

3 Dans une urne de 140 boules, il y a 10 % de boules vertes et 30 % de roses. Les autres sont bleues. Combien y a-t-il de boules :

a. vertes ? 14 **b.** roses ? 42 **c.** bleues ? 84

Utiliser un ordre de grandeur pour contrôler un résultat

4 Adlan et Awa ont calculé une probabilité.
Adlan trouve 0,7 et Awa trouve 1,2. Est-ce possible ?

Une probabilité est comprise entre 0 et 1 donc Awa s'est trompée.

Le résultat d'Adlan est possible.

5 Sans calculatrice, donner un ordre de grandeur du tiers de 298.

$298 \approx 300$ donc $\dfrac{298}{3} \approx 100$

Rituel 5

Effectuer des calculs simples avec des décimaux

1 **a.** $1-(0{,}4+0{,}35)=1-0{,}75=0{,}25$

b. $0{,}5\times 60=\frac{1}{2}\times 60=30$

2 **a.** $0{,}3\times 0{,}4+0{,}7\times 0{,}8=0{,}12+0{,}56=0{,}68$

b. $1-0{,}2\times 0{,}9=1-0{,}18=0{,}82$

3 On lance un dé tétraédrique truqué. Le tableau suivant donne la probabilité d'obtenir chaque face.

Issue	1	2	3	4	Total
Probabilité	0,5	0,05	0,3	0,15	1

a. Compléter le tableau avec la valeur manquante.

b. Quelle est la probabilité de tomber sur une face avec un nombre supérieur ou égal à 2 ? 0,5

Effectuer une application numérique d'une formule

4 On sait que $p(A\cap B)=p(A)+p(B)-p(A\cup B)$.
Si $p(A)=0{,}7$, $p(B)=0{,}35$ et $p(A\cup B)=0{,}8$, combien vaut $p(A\cap B)$?

$p(A\cap B)=0{,}7+0{,}35-0{,}8=0{,}25$

Rituel 6

Effectuer des calculs simples avec des fractions

1 **a.** $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$ **b.** $\frac{4}{3}\times 660=880$

2 **a.** $\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{5}{6}=\frac{2}{12}+\frac{5}{6}=\frac{6}{6}=1$

b. $1-\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{10}\right)=1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$

3 A est un événement tel que $p(A)=\frac{3}{11}$.
Quelle est la probabilité de l'événement contraire $\bar{A}$?
$p(\bar{A})=1-p(A)=1-\frac{3}{11}=\frac{8}{11}$

Résoudre une équation du second degré

4 Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

a. $x^2=144$ Les solutions sont $x=12$ et $x=-12$.

b. $x^2=-9$ L'équation n'a pas de solution.

c. $x^2=2\,500$ Les solutions sont $x=50$ et $x=-50$.

5 Résoudre les équations suivantes dans [0 ; 1].

a. $p^2=0{,}16$ La solution est $p=0{,}4$.

b. $p^2=0{,}49$ La solution est $p=0{,}7$.

c. $p^2=1{,}69$ L'équation n'a pas de solution.

Rituel 7

Passer d'une écriture à une autre

1 Donner l'écriture décimale de $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{45}{10}$ et $\frac{8}{100}$.

$\frac{3}{4}=0{,}75$, $\frac{6}{5}=1{,}2$, $\frac{45}{10}=4{,}5$ et $\frac{8}{100}=0{,}08$.

2 Donner l'écriture décimale de 72 %, 9 %, 250 % et 0,7 %.

0,72, 0,09, 2,5 et 0,007.

3 Donner l'écriture fractionnaire de « deux tiers », « un quart », « huit centièmes » et « un et demi ».

$\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{8}{100}$ et $1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$.

Effectuer des calculs simples avec des pourcentages

4 Dans une entreprise de 60 employés, 30 % sont des commerciaux. Calculer le nombre de commerciaux.

$0{,}30\times 60=18$.

Il y a 18 commerciaux.

5 Dans un orchestre, il y a 12 flûtistes sur un effectif total de 120.
Quelle est la proportion de flûtistes dans l'orchestre ?

$p=\frac{12}{120}=\frac{1}{10}=10\ \%$

Rituel 8

Passer d'une écriture à une autre

1 Donner l'écriture décimale de $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{8}{10}$ et $\frac{5}{2}$.

$\frac{1}{4}=0{,}25$, $\frac{3}{5}=0{,}6$, $\frac{8}{10}=0{,}8$ et $\frac{5}{2}=2{,}5$.

2 Donner l'écriture décimale de 27 %, 5 %, 102 % et 0,4 %.

0,27, 0,05, 1,02 et 0,004.

3 Donner l'écriture fractionnaire de « un tiers », « trois quarts », « huit dixièmes » et « trois demis ».

$\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{8}{10}$ et $\frac{3}{2}$

Résoudre une équation du premier degré

4 Résoudre les équations suivantes dans [0 ; 1].

a. $0{,}2p+0{,}09=0{,}15$ $0{,}2p=0{,}06$ donc $p=\frac{0{,}06}{0{,}2}=0{,}3$

b. $0{,}5(1-p)=0{,}35$ $1-p=0{,}7$ donc $p=0{,}3$.

5 Résoudre les équations suivantes dans [0 ; 1].

a. $\frac{0{,}16}{p}=0{,}48$ $p=\frac{0{,}16}{0{,}48}=\frac{1}{3}$

b. $0{,}3(1-p)+0{,}01=0{,}07$

$1-p=\frac{0{,}06}{0{,}3}=0{,}2$ donc $p=1-0{,}2=0{,}8$.

L'essentiel

Fréquences marginales et fréquences conditionnelles

Notion de fréquence

- La **fréquence** d'un caractère dans une population est l'effectif de la sous-population vérifiant ce caractère divisé par l'effectif total de la population.

$$\text{Fréquence} = \frac{\text{Effectif}}{\text{Effectif total}}$$

Remarque : la fréquence peut s'exprimer en fraction, en pourcentage ou sous forme décimale. Elle est comprise entre 0 et 1.

Fréquence marginale et fréquence conditionnelle

- Une **fréquence marginale** est une fréquence dans la population totale.
- Une **fréquence conditionnelle** est une fréquence dans une sous-population.

▸ Fiches 11 et 12

Probabilités conditionnelles

On tire au sort un individu dans une population et on considère deux événements A et B de probabilités non nulles.

Probabilité conditionnelle

- La probabilité de A **sachant B** se note $p_B(A)$ et

$$p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$

Remarque : attention à ne pas confondre $p_A(B)$ et $p_B(A)$.

Utilisation d'un tableau croisé d'effectifs

- Dans une situation **d'équiprobabilité**, on a plus simplement :

$$p_B(A) = \frac{\text{nombre d'issues dans } A \cap B}{\text{nombre d'issues dans } B}$$

- La formule précédente s'applique facilement à partir d'un tableau croisé d'effectifs comme le suivant.

Nombre d'issues dans	A	$\bar{A}$	Total
B	$A \cap B$	$\bar{A} \cap B$	B
$\bar{B}$	$A \cap \bar{B}$	$\bar{A} \cap \bar{B}$	$\bar{B}$
Total	A	$\bar{A}$	Effectif total

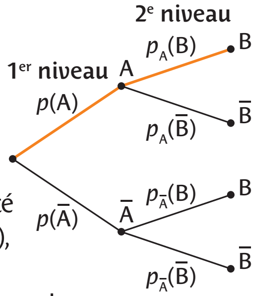
▸ Fiche 13

Probabilités à partir d'un arbre

On tire au sort un individu dans une population et on considère deux événements A et B de probabilités non nulles.

Arbre de probabilités

- Cette situation est modélisée par l'arbre ci-dessous.
- La somme des probabilités des branches issues d'un même nœud est égale à 1.

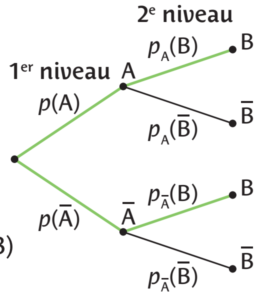


Probabilité associée à un chemin

- Pour déterminer la probabilité associée à un chemin (ici $A \cap B$), on **multiplie entre elles** les probabilités associées aux branches du chemin (orange).
- On a : $p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B)$

Probabilité d'un événement en 2e niveau

- Pour calculer la probabilité d'un événement en 2e niveau (ici B), on **additionne** les probabilités associées à tous les chemins (verts) menant à cet événement.
- On a : $p(B) = p(A \cap B) + p(\bar{A} \cap B)$



▸ Fiches 14 à 16

Notion d'indépendance

Critères d'indépendance

- A et B sont deux événements de probabilités non nulles. A et B sont **indépendants** si et seulement si :

• $p(A) = p_B(A)$ • $p(B) = p_A(B)$ • $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$

- Le fait qu'un événement A soit réalisé n'influence alors pas la probabilité de réalisation de l'événement B.

Succession d'épreuves indépendantes

- Deux tirages (ou épreuves) successifs sont indépendants quand le résultat de l'un n'a pas d'influence sur le résultat de l'autre.
- On peut alors modéliser cette succession par un arbre dont les sous-arbres associés à la deuxième épreuve sont identiques.

▸ Fiches 17 et 18

Fréquences conditionnelles et marginales

EXERCICE CORRIGÉ

Voici les effectifs des élèves en classe de Première générale d'un lycée.
On donnera les résultats sous forme de pourcentage arrondi à 1 % près.

	Garçons	Filles	Total
Spécialité Maths	54	44	98
Pas spécialité Maths	8	75	83
Total	62	119	181

1. Quelle est la fréquence de garçons n'ayant pas pris Spécialité Maths en Première générale ?
2. Parmi les élèves de Spécialité Maths, quelle est la fréquence de filles ?
3. À quoi correspond le calcul $\frac{8}{83} \approx 10$ % par rapport aux données du tableau ?

CORRECTION

1. $\frac{8}{181} \approx 4$ % **2.** $\frac{44}{98} \approx 45$ %

3. Ces 10 % correspondent à la fréquence de garçons parmi les élèves n'ayant pas pris la Spécialité Maths.

1 Voici le nombre de sections européennes en lycée selon la langue et la discipline enseignée.
On donnera les résultats sous forme décimale arrondie au centième.

	Histoire-Géo	Sciences	EPS	Total
Anglais	350	100	50	500
Allemand	150	125	125	400
Espagnol	100	25	25	150
Total	600	250	200	1 050

1. Calculer la fréquence de sections européennes où l'on enseigne en Allemand. $\frac{400}{1\,050} \approx 0,38$

2. Calculer la fréquence de sections européennes ou l'on enseigne en Anglais et où l'on enseigne des Sciences.
$\frac{100}{1\,050} \approx 0,10$

3. Quelle est la fréquence d'enseignement de l'Anglais dans les sections européennes enseignant l'EPS ?
$\frac{50}{200} \approx 0,25$

4. À quoi correspond le calcul $\frac{25}{150} \approx 0,17$ par rapport aux données du tableau ?
$\frac{25}{150}$ correspond à la fois à la fréquence des sections européennes dans lesquelles on enseigne en Sciences parmi celles où l'on enseigne en Espagnol et aussi à celles dans lesquelles on enseigne l'EPS parmi celles où l'on enseigne en Espagnol.

2 EPS Voici la répartition des adhérents d'un club d'escalade selon leur sexe et leur préférence pour les voies ou les blocs.
Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

	Homme	Femme
Blocs		11 %
Voies	49 %	89 %
Total	100 %	100 %

a. La valeur dans la case vide du tableau est :
☐ 89 % ☑ 51 % ☐ 41 %

b. 89 est :
☐ le pourcentage de femmes qui préfèrent l'escalade sur voies.
☑ parmi les femmes, le pourcentage de celles qui préfèrent l'escalade sur voies.
☐ le nombre de femmes préférant l'escalade sur voies.

c. Dans l'ensemble des hommes, la fréquence d'adhérents préférant l'escalade sur voies est :
☐ 49 ☑ 49 % ☑ 0,49

3 Tigane est collectionneur. Il a 200 bandes dessinées et 50 films exclusivement de *Marvel*® et *DC*®.

	Marvel®	*DC*®	Total
Bande dessinée	0,42	0,58	1
Film	0,78	0,22	1

1. Quelle est, en pourcentage, la fréquence de films *Marvel*® que possède Tigane ? 0,78 soit 78 %

2. Combien de bandes dessinées *Marvel*® Tigane possède-t-il ? $0,42 \times 200 = 84$

3. Combien de films *DC*® Tigane possède-t-il ?
$0,22 \times 50 = 11$

4 SES Voici la répartition par sexe, des chefs d'entreprise et des salariés du secteur de la boulangerie d'après l'Observatoire des métiers de l'alimentation.
Ce secteur compte 132 000 personnes dont un quart de chefs d'entreprises.

	Homme	Femme	Total
Chef d'entreprise	67	33	100
Salarié	44	56	100

Quelle est la fréquence de femmes travaillant dans le secteur de la boulangerie ?

$$\frac{\left(0,33 \times \frac{1}{4} \times 132\,000 + 0,56 \times \frac{3}{4} \times 132\,000\right)}{132\,000} \approx 50\ \%$$

Donc 50 % des personnes travaillant en boulangerie sont des femmes.

FICHE **12** # Tableau d'effectifs

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/8188-02

EXERCICE CORRIGÉ

Lors d'un salon sur l'usage des jeux vidéo, on interroge les 360 personnes rencontrées sur leurs habitudes de jeu. Un quart d'entre elles jouent sur console alors que les autres jouent sur PC. Les joueurs sur console sont seulement un tiers à préférer les jeux en solo tandis que ceux sur PC préfèrent ce mode de jeu à 60 %. Regrouper ces informations dans un tableau.

CORRECTION

$\frac{1}{4} \times 360 = 90$ $\quad \frac{1}{3} \times 90 = 30$

$360 - 90 = 270$ $\quad 0{,}60 \times 270 = 162$

	Console	PC	Total
Multijoueurs	60	108	168
En solo	30	162	192
Total	90	270	360

1 À la sortie d'un restaurant japonais, on a demandé leur préférence aux 420 clients. 45 % des clients préfèrent les sauces salées. Parmi eux seulement un neuvième préfèrent les sushis. Un tiers des clients préfèrent les sushis, les autres préfèrent les makis.

	Sushi	Maki	Total
Sauce salée	21	168	189
Sauce sucrée	119	112	231
Total	140	280	420

1. Relier chaque calcul à la case du tableau qu'il permet de compléter.

$\frac{1}{9} \times 189$ • • Case rose

$\frac{1}{3} \times 420$ • • Case jaune

$420 - 140$ • • Case verte

$0{,}45 \times 420$ • • Case orange

2. Compléter le tableau d'effectifs précédent.

2 On interroge des touristes en bord de plage sur leurs préférences en matière de dessert. Les $\frac{2}{5}$ préfèrent un dessert au chocolat et le tiers préfèrent des gaufres.

Compléter le tableau croisé d'effectifs.

	Crêpe	Gaufre	Total
Chocolat	35	7	42
Nature	35	28	63
Total	70	35	105

3 Valentin est gardien de rink-hockey.
Son entraîneur étudie l'ensemble des 600 tirs contre Valentin sur l'année. On considère que le tiers des tirs étudiés a eu lieu en match, les autres pendant l'entraînement.
Lorsqu'il est en match, Valentin arrête la moitié des tirs tandis que lorsqu'il est en entraînement il ne les arrête que dans 30 % des cas.

Faire les calculs intermédiaires au brouillon pour compléter le tableau.

Compléter le tableau croisé d'effectifs.

	Tir arrêté	Tir non arrêté	Total
Match	100	100	200
Entraînement	120	280	400
Total	220	380	600

4 Une urne contient 49 billes numérotées de 1 à 49. La moitié des billes paires sont bleues, les $\frac{2}{5}$ des billes impaires sont jaunes.

Faire les calculs intermédiaires au brouillon pour compléter le tableau.

Compléter le tableau croisé d'effectifs.

	Paire	Impaire	Total
Bleue	12	15	27
Jaune	12	10	22
Total	24	25	49

5 Lors d'un sondage sur un échantillon représentatif de 1 002 personnes, on a demandé si elles étaient favorables ou non au projet de retraite à 65 ans. Les résultats ont été arrondis à 0,01 près.

	18 à 34 ans	35 à 64 ans	65 ans et plus
Oui	0,87	0,81	0,59
Non	0,13	0,19	0,41
Total	1	1	1

Les 18 à 34 ans représentent environ 25,05 % l'échantillon et les plus de 65 ans environ 27,05 %.
À l'aide de ces informations, compléter le tableau d'effectifs suivant en arrondissant à l'unité si nécessaire.

	18 à 34 ans	35 à 64 ans	65 ans et plus	Total
Oui	218	389	160	767
Non	33	91	111	235
Total	251	480	271	1002

Définition d'une probabilité conditionnelle

EXERCICE CORRIGÉ

Voici la répartition des élèves d'une école selon leur genre et s'ils sont gauchers ou droitiers.

	Gaucher	Droitier	Total
Garçon	6	41	47
Fille	4	44	48
Total	10	85	95

On choisit un élève au hasard. On note les événements :
- F : « L'élève choisi est une fille. »
- D : « L'élève choisi est droitier. »

1. Quelle est la probabilité qu'il soit gaucher ?
2. Quelle est la probabilité que ce soit une fille gauchère ?
3. Calculer $p_F(D)$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

CORRECTION

1. La probabilité qu'il soit gaucher est $\frac{10}{95} = \frac{2}{19}$.
2. La probabilité que ce soit une fille gauchère est $\frac{4}{95}$.
3. $p_F(D) = \frac{44}{48} = \frac{11}{12}$. La probabilité que ce soit une droitière sachant que c'est une fille est $\frac{11}{12}$.

1 Lors d'une soirée, on a dénombré les danseurs selon leur danse préférée et leur appartenance à l'association organisatrice. On interroge un danseur au hasard.

	Salsa	Bachata	Kizomba	Total
Adhérent	27	32	54	113
Non adhérent	75	42	14	131
Total	102	74	68	244

1. Quelle est la probabilité qu'il préfère la salsa ? $\frac{102}{244} = \frac{51}{122}$
2. Quelle est la probabilité qu'il soit adhérent et qu'il préfère la bachata ? $\frac{32}{244} = \frac{8}{61}$
3. Sachant que c'est un adhérent, quelle est la probabilité qu'il préfère la kizomba ? $\frac{54}{113}$

2 **1.** On considère deux événements C et D tels que $p(C) = 0{,}45$ et $p(C \cap D) = 0{,}2$. Calculer $p_C(D)$.

$p_C(D) = \frac{p(C \cap D)}{p(C)} = \frac{0{,}2}{0{,}45} \approx 0{,}44$

2. On considèr(e deux événements E et F tels que $p(F) = 0{,}2$ et $p_F(E) = 0{,}45$. Calculer $p(F \cap E)$.

$p_F(E) = \frac{p(F \cap E)}{p(F)}$

donc $p(F \cap E) = p_F(E) \times p(F) = 0{,}45 \times 0{,}2 = 0{,}09$

3 Dans la classe de Mila, la probabilité qu'un élève porte un blouson en jean est de $\frac{1}{3}$. La probabilité qu'un élève porte un blouson en jean et qu'il porte des lunettes est de $\frac{1}{6}$. On choisit un élève au hasard dans la classe. Sachant qu'il porte un blouson en jean, quelle est la probabilité qu'il porte des lunettes ?

Soit les événements :
- L : « L'élève choisi porte des lunettes. »
- B : « L'élève choisi porte un blouson en jean. »

On sait que $p(B) = \frac{1}{3}$ et $p(B \cap L) = \frac{1}{6}$

Donc $p_B(L) = \frac{p(B \cap L)}{p(B)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{6} \times \frac{3}{1} = \frac{1}{2}$.

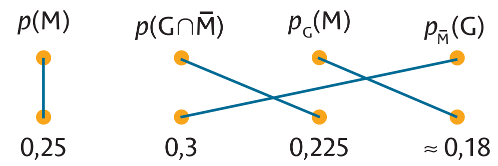
4 SVT Des essais ont été faits pour tester l'efficacité d'un médicament comparativement à un placebo. On trouve la répartition des patients ayant participé à cet essai ci-dessus. On choisit un de ces patients au hasard et on considère les événements :

Au brouillon, calculer le total de chaque ligne et de chaque colonne.

	Placebo	Médicament
Guéri	18	4
Non guéri	42	16

- M : « Le patient a reçu le médicament. »
- G : « Le patient est guéri. »

Relier chaque notation à sa valeur.



5 EPS Dans le club d'athlétisme de Manon, chaque adhérent choisit une spécialité. La répartition est donnée dans le tableau ci-contre.

	Course	Saut
Femme	89	23
Homme	151	78

On choisit au hasard un adhérent dans le club.
Soit les événements :
- H : « L'adhérent choisi est un homme. »
- C : « L'adhérent choisi a pour spécialité la course. »

1. Donner la probabilité que l'adhérent soit un homme sachant qu'il a pour spécialité la course. $p_C(H) = \frac{151}{240}$

2. Donner $p_{\bar{H}}(\bar{C})$ puis interpréter cette probabilité.

$p_{\bar{H}}(\bar{C}) = \frac{23}{112}$. La probabilité que l'adhérent ait pour spécialité le saut sachant que c'est une femme est de $\frac{23}{112}$.

Construction d'un arbre de probabilités

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/8188-02

EXERCICE CORRIGÉ

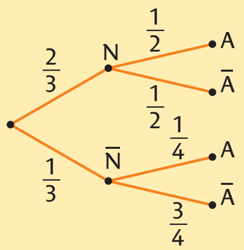
Les deux tiers des amateurs de chocolat préfèrent le chocolat noir, les autres le chocolat au lait.
Parmi ceux qui préfèrent le chocolat noir, la moitié le préfère avec des amandes, les autres sans.
Parmi ceux qui préfèrent le chocolat au lait, seul un quart le préfère aux amandes.
On choisit un amateur de chocolat au hasard.
On note les événements :

- N : « L'amateur préfère le chocolat noir. »
- A : « L'amateur préfère le chocolat aux amandes. »

Représenter la situation par un arbre de probabilités.

CORRECTION

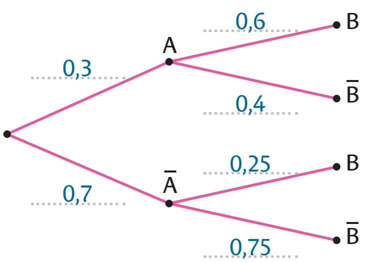
On obtient l'arbre suivant.



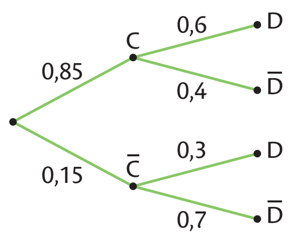
1 On a représenté un phénomène aléatoire par l'arbre de probabilités suivant.
Compléter l'arbre sachant que :

- $p(A) = 0{,}3$,
- $p_A(B) = 0{,}6$,
- $p_{\bar{A}}(B) = 0{,}25$.

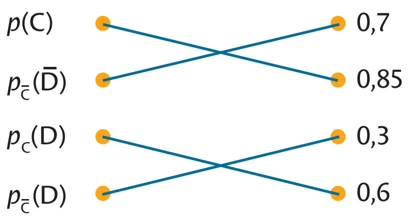
La somme des probabilités des branches issues d'un même nœud est égale à 1.



2 On a représenté un phénomène aléatoire par l'arbre de probabilités suivant.



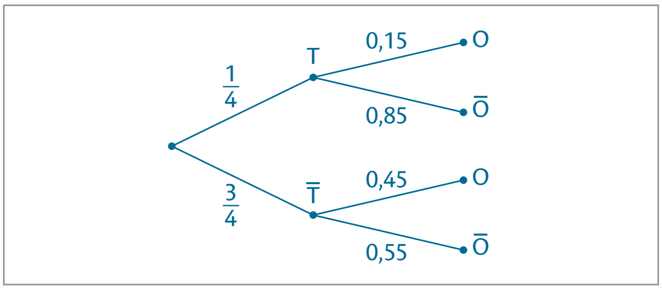
Relier chaque probabilité à sa valeur.



3 SES Une compagnie d'assurances a remarqué qu'un quart de ses clients a assuré son véhicule « Au tiers » et les autres ont la formule « Tous risques ».
Parmi ceux assurés « Au tiers », seuls 15 % ont pris l'option « Assistance 0 km » tandis que parmi ceux assurés « Tous risques » 45 % ont pris l'option.
On choisit un client au hasard. On note les événements :

- T : « Le client choisi a assuré son véhicule "Au tiers". »
- O : « Le client choisi a pris l'option. »

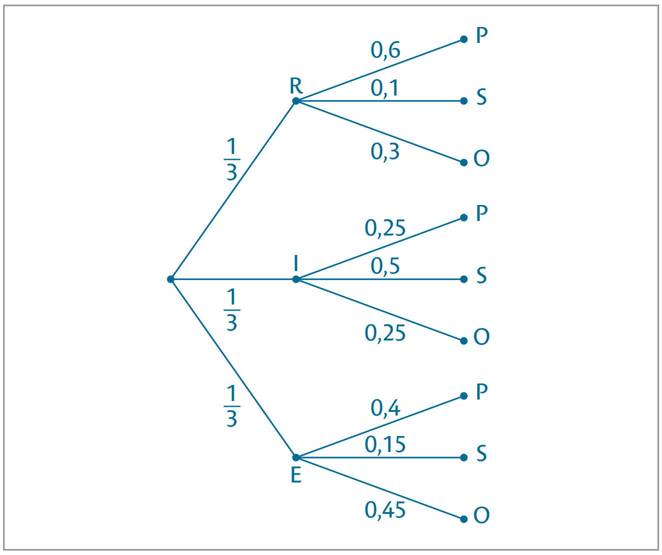
Représenter la situation par un arbre de probabilités.



4 ARTS Dans un musée, les œuvres sont réparties à parts égales dans les trois mouvements artistiques suivants : romantisme, réalisme et expressionnisme.
Les peintures représentent respectivement 60 %, 25 % et 40 % des œuvres du romantisme, du réalisme et de l'expressionnisme.
10 % des œuvres du romantisme sont des sculptures, tandis que c'est le cas pour 50 % des œuvres du réalisme et 15 % des œuvres de l'expressionnisme.
Les autres œuvres sont des objets décoratifs.
Melissa s'arrête pour observer une œuvre au hasard.
On note les événements :

- R : « L'œuvre observée fait partie du romantisme. »
- I : « L'œuvre observée fait partie du réalisme. »
- E : « L'œuvre observée fait partie de l'expressionnisme. »
- P : « L'œuvre observée est une peinture. »
- S : « L'œuvre observée est une sculpture. »
- O : « L'œuvre observée est un objet décoratif. »

Représenter la situation par un arbre de probabilités.



Utiliser un arbre de probabilités

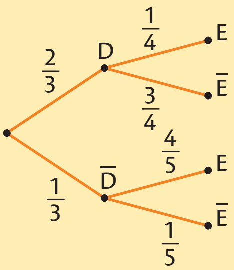
EXERCICE CORRIGÉ

À l'aide de l'arbre de probabilités ci-contre :

a. donner $p(\overline{D})$, $p_{\overline{D}}(E)$ et $p_D(\overline{E})$.

b. calculer $p(D \cap E)$ et $p(\overline{D} \cap E)$.

c. en déduire $p(E)$.



CORRECTION

a. $p(\overline{D}) = \frac{1}{3}$, $p_{\overline{D}}(E) = \frac{4}{5}$ et $p_D(\overline{E}) = \frac{3}{4}$

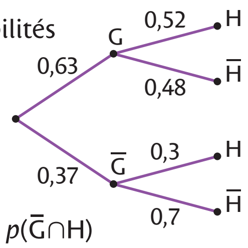
b. $p(D \cap E) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

$p(\overline{D} \cap E) = \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{15}$

c. $p(E) = p(D \cap E) + p(\overline{D} \cap E) = \frac{1}{6} + \frac{4}{15} = \frac{13}{30}$

1

On considère l'arbre de probabilités ci-contre.



Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. La probabilité qui a pour valeur 0,3 est :

☐ $p(H)$ ☑ $p_{\overline{G}}(H)$ ☐ $p(\overline{G} \cap H)$

b. $p(G \cap H)$ est égale à :

☑ 0,327 6 ☐ 0,3 ☐ $p(G) \times p(H)$

c. $p(H)$ est égale à :

☐ 0,82 ☐ 0,036 ☑ 0,438 6

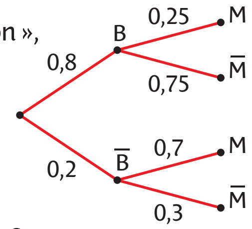
2

Nélyne tire au sort une confiserie dans une grande boîte contenant des bonbons et des chewing-gums soit à la menthe, soit à la fraise.

On considère les événements :

- B : « La confiserie tirée est un bonbon »,
- M : « La confiserie tirée est à la menthe. »

On donne ci-contre l'arbre de probabilités modélisant la situation.



1. Quelle est la probabilité que la confiserie tirée soit un chewing-gum ?

$p(\overline{B}) = 0,2$

2. Sachant que c'est un bonbon, quelle est la probabilité qu'il soit à la fraise ?

$p_B(\overline{M}) = 0,75$

3. Calculer $p(B \cap \overline{M})$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

$p(B \cap \overline{M}) = 0,8 \times 0,75 = 0,6$. La probabilité que la confiserie soit un bonbon à la fraise est de 0,6.

4. Calculer la probabilité que la confiserie tirée soit une confiserie à la fraise.

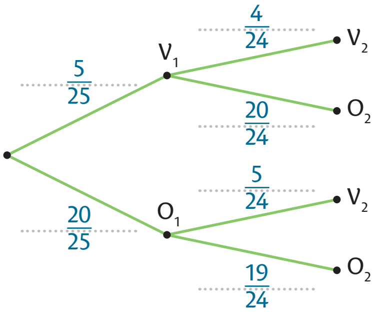
$p(\overline{M}) = p(B \cap \overline{M}) + p(\overline{B} \cap \overline{M}) = 0,8 \times 0,75 + 0,2 \times 0,3 = 0,66$

3

Emmy tire successivement et **sans remise** deux boules dans une urne contenant 25 boules indiscernables au toucher, 5 de couleur verte et le reste de couleur orange. On note les événements :

- V_1 : « La première boule tirée est verte. »
- O_1 : « La première boule tirée est orange. »
- V_2 : « La deuxième boule tirée est verte. »
- O_2 : « La deuxième boule tirée est orange. »

1. Compléter l'arbre de probabilités suivant.



2. Déterminer la probabilité d'avoir deux boules vertes.

$p(V_1 \cap V_2) = \frac{5}{25} \times \frac{4}{24} = \frac{1}{30}$

3. Déterminer la probabilité d'avoir une boule verte au second tirage.

$p(V_1 \cap V_2) + p(O_1 \cap V_2) = \frac{5}{25} \times \frac{4}{24} + \frac{20}{25} \times \frac{5}{24} = \frac{1}{5}$

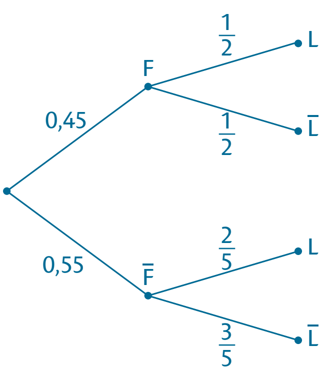
4

Dans son jardin, Marie a 45 % de fraisiers et le reste de framboisiers. Les deux cinquièmes des framboisiers et la moitié des fraisiers sont mangés par les limaces. On choisit une plante au hasard.

On considère les événements :

- F : « La plante choisie est un fraisier. »
- L : « La plante choisie est mangée par les limaces. »

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.



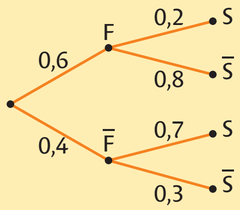
2. Quelle est la probabilité que la plante soit mangée par les limaces ?

$p(L) = p(F \cap L) + p(\overline{F} \cap L) = 0,45 \times \frac{1}{2} + 0,55 \times \frac{2}{5} = 0,445$

Inverser le conditionnement

EXERCICE CORRIGÉ

À l'aide de l'arbre de probabilités ci-contre :
a. calculer $p(F \cap S)$ puis $p(S)$.
b. en déduire $p_S(F)$.



CORRECTION

a. $p(F \cap S) = 0{,}6 \times 0{,}2 = 0{,}12$

$p(S) = p(F \cap S) + p(\overline{F} \cap S) = 0{,}12 + 0{,}4 \times 0{,}7 = 0{,}4$

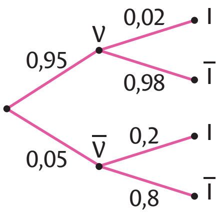
b. $p_S(F) = \dfrac{p(F \cap S)}{p(S)} = \dfrac{0{,}12}{0{,}4} = 0{,}3$

1 Camille vaccine 95 % de son troupeau de vaches contre une infection. Il se rend compte que 2 % des vaches vaccinées ont contracté l'infection contre 20 % chez les vaches non vaccinées. On choisit une vache au hasard dans le troupeau. On note les événements :
- V : « La vache choisie est vaccinée. »
- I : « La vache choisie a contracté l'infection. »

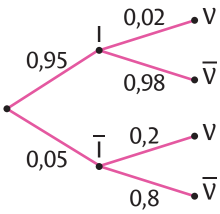
Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. L'arbre de probabilités qui représente la situation est :

☑



☐

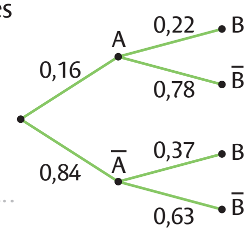


b. $p(V \cap I)$ est égale à :
☐ 0,02 ☑ 0,019 ☐ 0,97

c. $p(I)$ est égale à :
☐ 0,0019 ☐ 0,42 ☑ 0,029

d. La probabilité que la vache ait été vaccinée sachant qu'elle a contracté l'infection est environ égale à :
☐ 1,526 ☑ 0,655 ☐ 0,048

2 À l'aide de l'arbre de probabilités ci-contre, répondre aux questions.



1. Laquelle des deux probabilités conditionnelles $p_A(B)$ ou $p_B(A)$ est directement lisible dans l'arbre ?

$p_A(B)$

2. a. Quelles probabilités sont nécessaires pour calculer celle qui n'est pas directement lisible à l'aide de la définition ?

$p(A \cap B)$ et $p(B)$.

b. Les calculer à l'aide de l'arbre et en déduire la probabilité conditionnelle non lisible dans l'arbre.

$p(A \cap B) = 0{,}16 \times 0{,}22 = 0{,}035\,2$

$p(B) = p(A \cap B) + p(\overline{A} \cap B) = 0{,}035\,2 + 0{,}84 \times 0{,}37 = 0{,}346$

donc $p_B(A) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)} = \dfrac{0{,}035\,2}{0{,}346} \approx 0{,}1$

3 Dans une ville, l'accès à Internet est fourni à 58 % par l'opérateur A et le reste est fourni par l'opérateur B. Seulement 17 % des clients de l'opérateur A sont satisfaits tandis que 72 % des clients de l'opérateur B le sont. On choisit un habitant au hasard et on note les événements :
- A : « Le client choisi est chez le fournisseur A. »
- S : « Le client choisi est satisfait. »

> Même si la réalisation de l'arbre n'est pas demandée, il est souvent utile de le tracer.

1. a. Calculer $p(A \cap S)$.

$p(A \cap S) = 0{,}58 \times 0{,}17 = 0{,}098\,6$

b. Calculer $p(S)$.

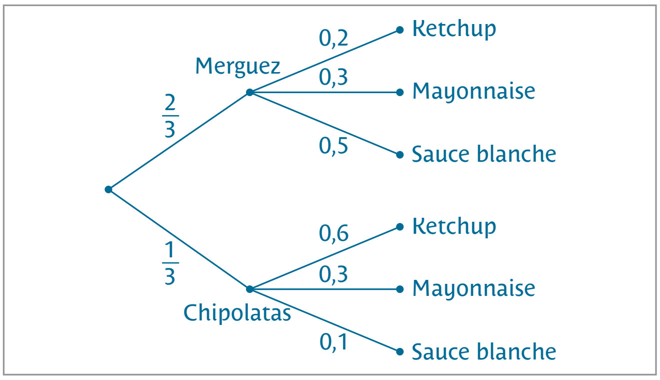
$p(S) = p(A \cap S) + p(\overline{A} \cap S) = 0{,}098\,6 + 0{,}42 \times 0{,}72 = 0{,}401$

2. Quelle est la probabilité que le client se fournisse chez l'opérateur B sachant qu'il est satisfait ?

$p_S(\overline{A}) = \dfrac{p(\overline{A} \cap S)}{p(S)} = \dfrac{0{,}42 \times 0{,}72}{0{,}401} \approx 0{,}75$

4 Lorsqu'un client se présente au stand de sandwichs, il y a deux chances sur trois qu'il choisisse des merguez. Les autres fois, il choisit des chipolatas.
La probabilité qu'il prenne du ketchup est de 20 % s'il a choisi des merguez et de 60 % s'il a choisi des chipolatas.
La probabilité qu'il prenne de la mayonnaise est de 30 % s'il a choisi des merguez ou des chipolatas. Il a également la possibilité de prendre de la sauce blanche.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.



2. Slowen sort du stand un sandwich à la main avec une tache de ketchup sur son tee-shirt. Est-il plus probable qu'il mange un sandwich aux merguez ou aux chipolatas ?

$p_K(M) = \dfrac{p(M \cap K)}{p(K)} = \dfrac{\frac{2}{3} \times 0{,}2}{\frac{2}{3} \times 0{,}2 + \frac{1}{3} \times 0{,}6} = \dfrac{\frac{2}{15}}{\frac{1}{3}} = \dfrac{2}{5}$

$p_K(\overline{M}) = \dfrac{p(\overline{M} \cap K)}{p(K)} = \dfrac{\frac{1}{3} \times 0{,}6}{\frac{2}{3} \times 0{,}2 + \frac{1}{3} \times 0{,}6} = \dfrac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}} = \dfrac{3}{5}$

$p_K(\overline{M}) > p_K(M)$. Donc il est plus probable que Slowen soit en train de manger un sandwich aux chipolatas.

FICHE 17

Indépendance de deux événements

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/8188-02

EXERCICE CORRIGÉ

On interroge 500 personnes pour savoir si elles sont allées chez le dentiste cette année.

	Dentiste	Pas dentiste	Total
Enfant	110	90	200
Adulte	290	10	300
Total	400	100	500

On choisit une personne au hasard.
On considère les événements :
- D : « La personne choisie est allée chez le dentiste. »
- E : « La personne choisie est un enfant. »

Les événements D et E sont-ils indépendants ? Justifier et interpréter.

CORRECTION

D'une part $p(\mathrm{D}) = \dfrac{400}{500} = 0{,}8$ et d'autre part $p_{\mathrm{E}}(\mathrm{D}) = \dfrac{110}{200} = 0{,}55$. On a $p(\mathrm{D}) \neq p_{\mathrm{E}}(\mathrm{D})$ donc les événements D et E ne sont pas indépendants.
Cela signifie que le fait de savoir si la personne est un adulte ou non a de l'influence sur la probabilité qu'elle soit allée chez le dentiste.
Remarque : On aurait aussi pu comparer $p(\mathrm{D}) \times p(\mathrm{E})$ et $p(\mathrm{D} \cap \mathrm{E})$ mais il y aurait eu davantage de calculs à effectuer.

1 Voici la répartition des campings d'un groupe touristique.

	Mer	Campagne	Total
Avec animations	114	16	130
Sans animation	30	40	70
Total	144	56	200

On choisit un camping au hasard.
On note les événements :
- M : « Le camping choisi se trouve à la mer. »
- A : « Le camping choisi propose des animations. »

Cocher la bonne case.	**Vrai**	**Faux**
a. $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{M}) = p(\mathrm{A}) \times p(\mathrm{M})$.	☐	☑
b. A et M sont indépendants.	☐	☑
c. $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{M}) = p(\mathrm{M}) \times p_{\mathrm{M}}(\mathrm{A})$.	☑	☐
d. $\overline{\mathrm{A}}$ et M ne sont pas indépendants.	☑	☐

2 On considère deux événements A et B tels que $p(\mathrm{A}) = 0{,}3$, $p(\mathrm{B}) = 0{,}5$ et $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0{,}2$.
Les événements A et B sont-ils indépendants ?

$p(\mathrm{A}) \times p(\mathrm{B}) = 0{,}3 \times 0{,}5 = 0{,}15$ et $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0{,}2 \neq 0{,}15$.
Donc les événements A et B ne sont pas indépendants.

3 On considère deux événements indépendants E et F tels que $p(\mathrm{E}) = 0{,}25$ et $p(\mathrm{F}) = 0{,}48$. Déterminer :

a. $p_{\mathrm{E}}(\mathrm{F})$.
$p_{\mathrm{E}}(\mathrm{F}) = p(\mathrm{F}) = 0{,}48$

b. $p(\mathrm{E} \cap \mathrm{F})$.
$p(\mathrm{E} \cap \mathrm{F}) = p(\mathrm{E}) \times p(\mathrm{F}) = 0{,}25 \times 0{,}48 = 0{,}12$

c. $p_{\mathrm{F}}(\mathrm{E})$.
$p_{\mathrm{F}}(\mathrm{E}) = p(\mathrm{E}) = 0{,}25$

4 Voici la répartition des porteurs de casque parmi les élèves d'un lycée venant à vélo ou en trottinette.

	Vélo	Trottinette	Total
Casque	25	75	100
Sans casque	75	225	300
Total	100	300	400

On choisit un élève au hasard parmi eux.
On considère les événements :
- C : « L'élève porte un casque. »
- V : « L'élève vient en vélo. »

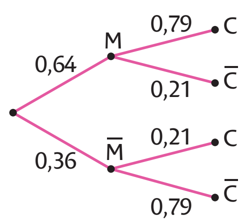
1. Calculer $p(\mathrm{C}) \times p(\mathrm{V})$ et $p(\mathrm{C} \cap \mathrm{V})$.

$p(\mathrm{C}) \times p(\mathrm{V}) = \dfrac{100}{400} \times \dfrac{100}{400} = \dfrac{1}{16}$ et $p(\mathrm{C} \cap \mathrm{V}) = \dfrac{25}{400} = \dfrac{1}{16}$.

2. En déduire si les événements C et V sont indépendants puis interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

$p(\mathrm{C}) \times p(\mathrm{V}) = p(\mathrm{C} \cap \mathrm{V})$ donc les événements C et V sont indépendants. Le fait de savoir si l'élève vient en vélo ou en trottinette n'influence pas la probabilité qu'il porte un casque ou non.

5 Dans son aquarium, Louane a des poissons mâles et femelles, colorés ou non.
On choisit un poisson au hasard.
On considère les événements :
- M : « Le poisson est un mâle. »
- C : « Le poisson est coloré. »



La situation est représentée par l'arbre ci-dessus.
Les événements M et C sont-ils indépendants ?

$p(\mathrm{C}) = 0{,}64 \times 0{,}79 + 0{,}36 \times 0{,}21 = 0{,}581\,2$
Or $p_{\mathrm{M}}(\mathrm{C}) = 0{,}79$ donc $p(\mathrm{C}) \neq p_{\mathrm{M}}(\mathrm{C})$ donc les événements M et C ne sont pas indépendants.

Succession d'événements indépendants

EXERCICE CORRIGÉ

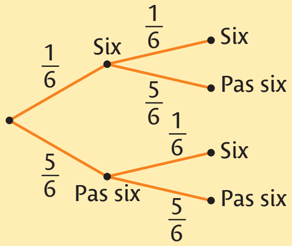
On lance deux fois de suite un dé cubique non truqué. On regarde à chaque lancer si l'on obtient Six ou non.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.

2. Quelle est la probabilité de l'événement D : « Obtenir deux Six de suite » ?

CORRECTION

1. On obtient l'arbre de probabilités ci-contre.



2. $p(D) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

1

Les énoncés suivants décrivent une succession d'épreuves indépendantes.

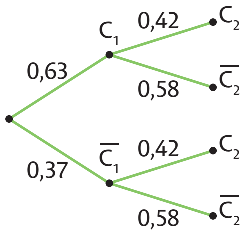
Cocher la bonne case.

	Vrai	Faux
a. On lance un dé deux fois de suite et on observe si le nombre est supérieur ou égal à 5 à chaque lancer.	☑	☐
b. On tire au hasard deux boules successivement et avec remise dans une urne et on observe la couleur de la boule à chaque tirage.	☑	☐
c. On tire au hasard deux boules successivement et sans remise dans une urne et on observe la couleur de la boule à chaque tirage.	☐	☑
d. On choisit un élève au hasard à l'école et on s'intéresse à sa classe puis à son âge.	☐	☑

2

On considère une personne répondant à un questionnaire de culture générale en ligne et les événements :

- C_1 : « La personne répond correctement à la première question. »
- C_2 : « La personne répond correctement à la deuxième question. »



La situation est modélisée par l'arbre ci-dessus.

1. Expliquer pourquoi on peut penser que les événements C_1 et C_2 sont indépendants. Le vérifier.

Les événements semblent indépendants car les sous arbres sont identiques.

$p(C_2) = p(C_1 \cap C_2) + p(\overline{C_1} \cap C_2)$

$= 0,63 \times 0,42 + 0,37 \times 0,42 = 0,42 = p_{C_1}(C_2)$.

Les événements C_1 et C_2 sont bien indépendants.

2. En déduire la probabilité que la personne réponde correctement aux deux questions.

$p(C_1 \cap C_2) = p(C_1) \times p(C_2) = 0,63 \times 0,42 = 0,264\,6$

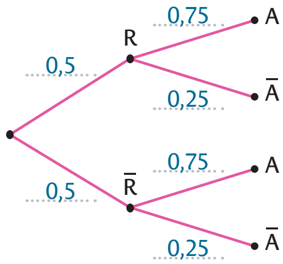
3

Pour leur départ en vacances, Madison et Basile doivent prendre le RER puis l'avion. Des retards indépendants les uns des autres sont annoncés sur le réseau RER et à l'aéroport.

On estime à 50 % la probabilité qu'il y ait du retard sur leur ligne de RER et à 75 % la probabilité qu'il y ait du retard sur leur vol.

On considère les événements :

- R : « Le RER a du retard. »
- A : « L'avion a du retard. »



1. Compléter l'arbre de probabilités représentant la situation.

2. Déterminer la probabilité que Madison et Basile puissent partir en vacances sans aucun retard.

$p(\overline{R} \cap \overline{A}) = 0,5 \times 0,25 = 0,125$

3. Déterminer la probabilité qu'ils soient retardés au moins une fois.

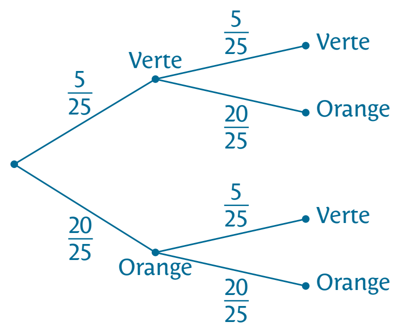
$1 - p(\overline{R} \cap \overline{A}) = 0,875$

Penser à utiliser l'événement contraire.

4

Anaïs tire successivement et avec remise deux boules dans une urne contenant 25 boules indiscernables au toucher, 5 de couleur verte et le reste de couleur orange.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.



2. Déterminer la probabilité p d'avoir deux boules de même couleur.

$p = \frac{5}{25} \times \frac{5}{25} + \frac{20}{25} \times \frac{20}{25} = \frac{17}{25}$

3. Déterminer la probabilité p' d'avoir au moins une boule verte.

L'événement « Avoir une boule verte » est l'événement contraire de « Avoir deux boules orange » donc $p' = 1 - \frac{20}{25} \times \frac{20}{25} = \frac{9}{25}$

Problèmes

1 Fiabilité d'un test médical SVT

Un test est mis au point pour détecter une maladie rare. Une étude est effectuée sur un échantillon de 5 000 personnes, les résultats sont donnés dans le tableau ci-contre en pourcentage.

	Personne malade	Personne non malade	Total
Test positif	0,36	6	6,36
Test négatif	0,04	93,6	93,64
Total	0,4	99,6	100

1. Quelle est la fréquence de personnes malades dans l'échantillon ? À combien de personnes cela correspond-il ?

La fréquence de personnes malades dans l'échantillon est de 0,4 %.

$\frac{0,4}{100} \times 5\,000 = 20$. Il y a 20 malades dans l'échantillon.

2. a. Combien de personnes malades n'ont pas été détectées par le test ? On parle alors de faux-négatifs.

$\frac{0,04}{100} \times 5\,000 = 2$. Il y a 2 personnes malades dans l'échantillon qui n'ont pas été détectées par le test.

b. À quelle fréquence des malades cela correspond-il ?

$\frac{2}{20} = 0,1 = 10$ %. Donc 10 % des malades n'ont pas été détectés par le test.

3. a. Dans quel autre cas, le test commet-il une erreur ? On parle alors de faux-positifs.
À quelle fréquence cela correspond-il ?

Lorsque le test est positif alors que la personne n'est pas malade. Cela correspond à 6 %.

b. Quelle est la fréquence de malades parmi les personnes testées positives ? Que peut-on en penser ?

$\frac{0,36}{6,36} \approx 0,057$. Seulement 5,7 % des personnes testées positives sont réellement malades. Il ne faut pas tout de suite s'inquiéter quand le test est positif, il faut faire d'autres analyses pour savoir si l'on est réellement malade.

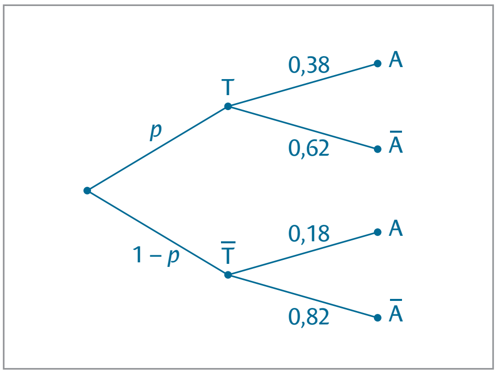
2 Accidents de la route SES

Une étude des accidents de la route en France nous dit que parmi les tués, 38 % avaient bu trop d'alcool ou pris des stupéfiants tandis que, parmi les blessés, ce pourcentage baisse à 18 %. On sait que 20 % des personnes ayant eu un accident avaient trop bu ou pris des stupéfiants. On s'intéresse à une personne ayant eu un accident choisie au hasard.
On note les événements :

- T : « La personne a été tuée. »
- A : « La personne avait trop bu ou pris des stupéfiants. »

1. Soit p la probabilité qu'une personne ayant eu un accident soit tuée.
a. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
b. En déduire p.

La lettre p doit apparaître dans cet arbre.



On a $0,38p + 0,18(1 - p) = 0,2 \Leftrightarrow 0,38p - 0,18p = 0,2 - 0,18$

$\Leftrightarrow 0,2p = 0,02 \Leftrightarrow p = 0,1$

2. Sachant qu'une personne ayant eu un accident avait trop bu ou pris des stupéfiants, quelle est la probabilité qu'elle soit tuée ?

$p_A(T) = \frac{p(A \cap T)}{p(A)} = \frac{0,1 \times 0,38}{0,2} = 0,19$. La probabilité qu'elle soit tuée est de 0,19 soit 19 %.

3. Comparer avec la probabilité que cette personne ayant eu un accident soit tuée sachant qu'elle n'a ni trop bu, ni pris de stupéfiants.

$p_{\bar{A}}(T) = \frac{p(\bar{A} \cap T)}{p(\bar{A})} = \frac{0,1 \times 0,62}{1 - 0,2} \approx 0,08 = 8$ %. On a $p_{\bar{A}}(T) < p_A(T)$ et $p_A(T) \approx 2p_{\bar{A}}(T)$. Lorsqu'on a un accident, la probabilité d'être tué est presque deux fois plus importante si l'on a bu ou pris des stupéfiants.

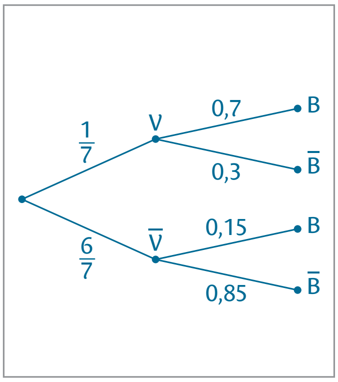
Problèmes

Prise d'initiative

3 Indépendance

Alanie prend son vélo pour aller au lycée un jour sur sept.
Elle a remarqué que lorsqu'elle est à vélo, il fait beau dans 70 % des cas et, lorsqu'elle n'est pas à vélo, il fait beau dans 15 % des cas.
Les événements V : « Alanie prend son vélo. » et B : « Il fait beau. » sont-ils indépendants ?

On obtient l'arbre de probabilités ci-contre.
D'après l'énoncé, $p(V) = \frac{1}{7}$, $p_V(B) = 0{,}7$ et $p_{\overline{V}}(B) = 0{,}15$.
Donc $p(B) = p(V \cap B) + p(\overline{V} \cap B) = \frac{1}{7} \times 0{,}7 + \frac{6}{7} \times 0{,}15 \approx 0{,}23$.
On a $p(B) \neq p_V(B)$ donc les événements V et B ne sont pas indépendants.



4 Jeu des trois portes de Monty Hall

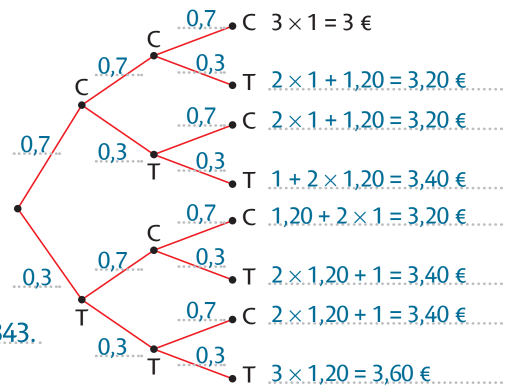
Lors d'un jeu télévisé, le présentateur Monty Hall présente trois portes au candidat. Derrière l'une d'elles se trouve une voiture que l'on gagne si l'on devine la porte derrière laquelle elle se trouve. Le jeu se passe en 3 étapes :
① Le candidat choisit une porte.
② Le présentateur ouvre l'une des deux autres portes derrière laquelle il sait qu'il n'y a pas de voiture.
③ Le candidat peut alors garder la porte choisie au départ ou modifier son choix.
Quelle stratégie le candidat doit-il adopter pour optimiser ses chances de gagner ?

▸ Si le candidat maintient son choix, il a une chance sur trois au départ de trouver la voiture, puis il ne change pas de porte. Donc la probabilité de gagner est toujours de $\frac{1}{3}$.
▸ Si le candidat change de choix après que le présentateur a ouvert la porte :
• soit au départ le candidat avait choisi la voiture sans le savoir, le présentateur lui ouvre une porte avec rien derrière et le candidat choisit alors la deuxième porte avec rien derrière. Donc le candidat perd.
• soit au départ le candidat avait choisi une des deux portes avec rien derrière, le présentateur lui ouvre alors l'autre porte avec rien derrière. Le candidat choisit alors la porte restante : celle derrière laquelle est cachée la voiture !
• Finalement, dans ce cas, le joueur gagne quand il s'était trompé au départ, c'est-à-dire avec une probabilité de $\frac{2}{3}$.
▸ Pour optimiser ses chances de gagner, le candidat doit changer de porte après que le présentateur a ouvert la porte.

VERS LES MATHS COMPLÉMENTAIRES

5 Vers les variables aléatoires

Henry a remarqué que 70 % des personnes utilisant le distributeur automatique prennent du café, les autres boivent du thé.
Le prix unitaire d'un café est de 1 € tandis que celui du thé est de 1 € 20.
Trois personnes ont déjà utilisé la machine ce matin.
Les choix de boissons de chaque personne sont indépendants.



1. Compléter l'arbre de probabilités ci-contre.

2. Quelle est la probabilté que la somme totale dépensée soit de 3 € ?
Cela correspond à la probabilité de boire 3 cafés donc $0{,}7 \times 0{,}7 \times 0{,}7 = 0{,}343$.

3. Quelle est la probabilité que la somme totale dépensée soit de 3 € 60 ?
Cela correspond à la probabilité de boire 3 thés donc $0{,}3 \times 0{,}3 \times 0{,}3 = 0{,}027$.

4. Quelle est la probabilité que la somme totale dépensée soit de 3 € 20 ?
Somme des probabilités des 3 chemins menant à 3,20 € soit $3 \times (0{,}7 \times 0{,}7 \times 0{,}3) = 3 \times 0{,}147 = 0{,}441$

6 Jeu du *Passe-dix*

La problématique du jeu du *Passe-dix* est la suivante :
« Comment se fait-il que lorsqu'on lance trois dés, le 10 sorte plus souvent que le 9 alors qu'il y a autant de manières d'écrire 10 que 9 comme somme de nombres allant de 1 à 6 ? »

1. Donner les six façons d'obtenir 9 et 10 comme somme de trois dés cubiques.

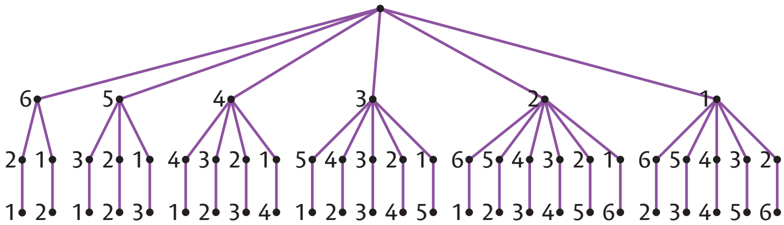
9 = 6 + 2 + 1 = 5 + 3 + 1 = 5 + 2 + 2 = 4 + 4 + 1 = 4 + 3 + 2 = 3 + 3 + 3

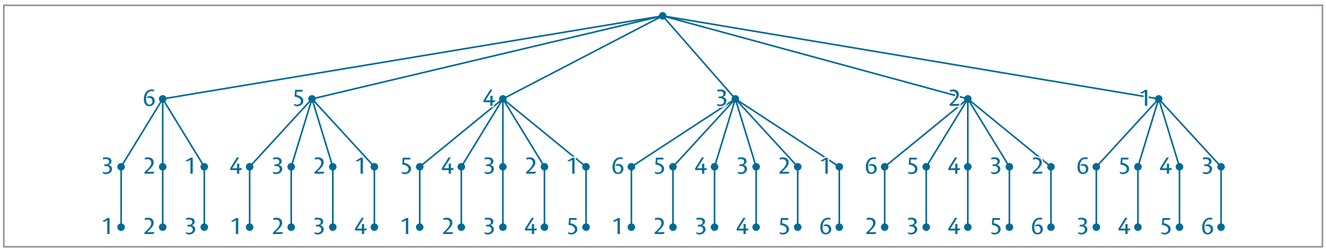
10 = 6 + 3 + 1 = 6 + 2 + 2 = 5 + 4 + 1 = 5 + 3 + 2 = 4 + 4 + 2 = 4 + 3 + 3

2. À l'aide de la calculatrice ou d'un tableur, simuler plusieurs séries de 1 000 lancers de 3 dés et noter pour chacune d'elles la fréquence d'apparition du 9 et du 10. Fichier tableur de simulation des lancers www.lienmini.fr/8188-p35

3. a. À l'aide d'un arbre de dénombrement, on a trouvé qu'il y a 25 lancers différents qui permettent d'obtenir 9.
Faire de même pour trouver combien de lancers différents permettent d'obtenir 10.

Il y a 27 façons d'obtenir 10 avec 3 dés.





b. En déduire la probabilité d'obtenir une somme égale à 9 et celle d'obtenir une somme égale à 10.

Probabilité d'obtenir 9 : $\dfrac{25}{6 \times 6 \times 6} \approx 0{,}116$ Probabilité d'obtenir 10 : $\dfrac{27}{6 \times 6 \times 6} = 0{,}125$

À la question 2, sur le tableur on observe que les fréquences varient entre 0,11 et 0,14 ce qui ne permet pas de conclure mais correspond aux probabilités trouvées à l'aide des arbres.

7 Le problème des partis HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

Manel et Tim jouent à *Pile ou Face*, ils parient chacun 16 €. Le gagnant des 32 € est le premier joueur à avoir remporté 3 succès. Manel remporte un succès lorsque la pièce tombe sur *Pile* et Tim remporte un succès lorsque la pièce tombe sur *Face*. Aux deux premiers lancers, c'est Manel qui l'emporte, mais ils doivent interrompre leur partie. Comment répartir équitablement leurs mises ?
Remarque : ce problème a été posé à Blaise Pascal par le Chevalier de Méré au XVII^e^ siècle. Pascal et Fermat, dans leur correspondance, finissent par aboutir à une solution commune. Ces échanges seront longtemps considérés comme la naissance du calcul des probabilités.

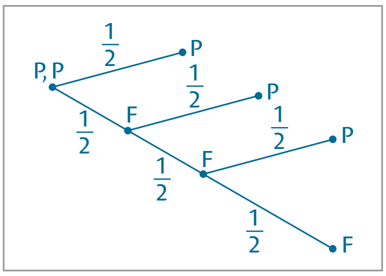
Blaise Pascal (1623-1662)

1. Combien de parties au maximum faut-il jouer pour avoir un vainqueur ? 5 parties

2. a. Tracer un arbre de probabilités avec autant de niveaux que de parties nécessaires pour mener à la victoire de l'un ou de l'autre, sachant que les deux premières parties ont déjà été gagnées par Manel.

Un chemin s'arrête dès qu'un joueur a trois succès.

b. La probabilité que Manel gagne est la somme des probabilités de chaque chemin menant à 3 *Pile*. Quelle est cette probabilité ?
Répartir les gains proportionnellement à cette probabilité.



La seule façon pour Tim de gagner est de faire 3 *Face* de suite, ce qui correspond au chemin du bas. Tim a une probabilité de gagner de $\frac{1}{8}$. Manel gagne avec une probabilité de $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$ donc elle doit remporter $\frac{7}{8} \times 32 = 28$ € et Tim aura 4 €.

CHAPITRE 3 Croissance linéaire

AUTOMATISMES — QUESTIONS FLASH

Rituel 1

Effectuer mentalement des calculs simples avec des décimaux

1 Calculer : $7 \times 4{,}2 =$ 29,4

2 Calculer : $2{,}42 + 1{,}35 =$ 3,77

Lire ou estimer graphiquement les variations d'une grandeur ou un seuil

3 Lorsque x augmente de 0,2 unité, quelle est la variation de $f(x)$?

$f(x)$ diminue d'une unité.

4 Estimer l'abscisse x à partir de laquelle $f(x)$ a été divisée par 2 par rapport à $f(0)$. Environ 0,35

Rituel 2

Appliquer un pourcentage d'évolution

1 Un pantalon valant 30 € est soldé avec 20 % de réduction. Quel est le prix du pantalon soldé ?

$30 \times 0{,}8 = 24$ €

2 Un prix hors taxe de 120 € est soumis à une TVA de 20 %. Quel est le prix TTC (toutes taxes comprises, c'est-à-dire en ajoutant la TVA au prix hors taxes) ?

$120 \times 1{,}2 = 144$ €

Effectuer mentalement des calculs simples avec des décimaux

3 Calculer : $\dfrac{1{,}5}{0{,}25} =$ 6

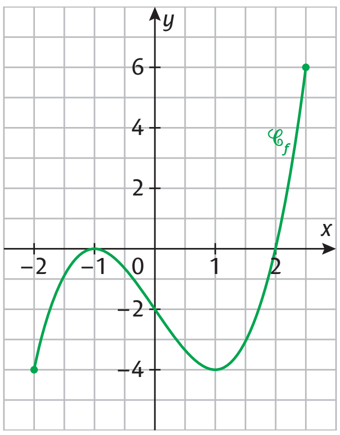
4 Calculer : $47{,}21 - 3{,}5 =$ 43,71

Résoudre une équation du premier degré

5 Résoudre $-1{,}5x + 7 = -2x + 3$.

$-\dfrac{3}{2}x + 2x = -7 + 3 \Leftrightarrow 0{,}5x = -4 \Leftrightarrow x = -8$

Rituel 3



Estimer graphiquement une valeur atteinte, un antécédent

1 Lire $f(1{,}5)$.

$f(1{,}5) = -3$

2 Des valeurs approchées des antécédents éventuels de -2 par f sont :

$-1{,}75$; 0 ; $1{,}75$.

Lire graphiquement les variations d'une grandeur

3 Donner les variations de la fonction f sous la forme d'un tableau de variations.

x	-2		-1		1		$2{,}5$
Variations de f	-4	↗	0	↘	-4	↗	6

Effectuer une application numérique d'une formule

4 Soit $V = \dfrac{\pi r^2 h}{3}$ le volume d'un cône.

On donne $r = 3{,}1$ m et $h = 12$ m. Calculer V.

$V = \pi \times 3{,}1^2 \times \dfrac{12}{3} \approx 120{,}76$ m^3

Effectuer mentalement des calculs simples avec des pourcentages

5 Quel est le pourcentage correspondant à $\dfrac{2}{5}$? 40 %

6 Dans un groupe de 80 personnes, il y a 70 % de filles. Combien de filles y a-t-il ? 56

Rituel 4

Effectuer une application numérique d'une formule

1 Dans la loi d'Ohm, $I = \frac{U}{R}$. On donne R = 12,2 Ω et U = 10 V. Que vaut l'intensité I, en A ? $I = \frac{10}{12,2} \approx 0,82$ A

2 Le volume d'une boule de rayon r vaut $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. On donne r = 22,4 cm. Calculer V.

$V = \frac{4}{3} \times \pi \times 22,4^3 \approx 47\,079,6$ cm³

Appliquer un pourcentage d'évolution

3 Le prix d'un article à 260 € augmente de 10 % du fait de l'inflation. Quel est son nouveau prix ? 286 €

4 Un tube métallique de 2,5 m de long à 20 °C est soumis à une dilatation de 5 % à 60 °C. Quelle est sa longueur à 60 °C ? $2,5 \times 1,05 = 2,625$ m

Effectuer mentalement des calculs simples avec des fractions

5 Calculer : $\frac{3}{2} \times \left(-\frac{11}{9}\right) = -\frac{11}{6}$

6 Simplifier la fraction : $\frac{26}{65} = \frac{2}{5}$

Rituel 5

Appliquer un pourcentage d'évolution

1 Une entreprise prend 12 % de marge sur un objet lui coûtant 145 €. Quel est le prix de vente de cet objet ?

$145 \times 1,12 = 162,40$ €

2 Un groupe perd 24 % de ses membres qui en comptait au départ 250. Quel est l'effectif du groupe ?

$250 \times 0,76 = 190$

Résoudre une équation du premier degré

3 Résoudre $7x - \frac{1}{4} = \frac{5}{11} + 2x$.

$7x - 2x = \frac{1}{4} + \frac{5}{11} \Leftrightarrow 5x = \frac{11+20}{44} \Leftrightarrow 5x = \frac{31}{44}$

$\Leftrightarrow x = \frac{\frac{31}{44}}{5} \Leftrightarrow x = \frac{31}{44} \times \frac{1}{5} \Leftrightarrow x = \frac{31}{220}$

Utiliser un ordre de grandeur pour contrôler un résultat

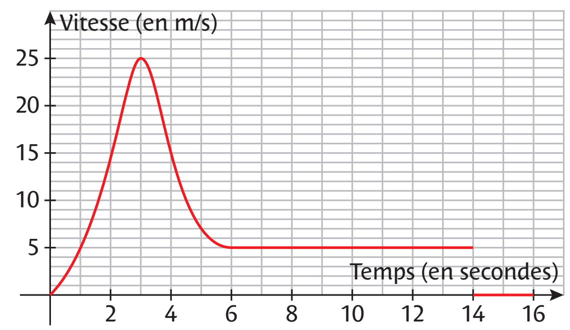
4 Donner, sans calculatrice, un résultat approché de $3,95 \times 21,02$. $3,95 \times 21,02 \approx 4 \times 21 = 84$

5 Le calcul approché de $4,1^2 \times \pi$ donne 48. Justifier sans calculatrice.

$4,1^2 \approx 4^2 = 16$ et $\pi \approx 3$ et $16 \times 3 = 48$.

Rituel 6

On donne l'évolution de la vitesse d'un parachutiste en fonction du temps.



Lire graphiquement les variations d'une grandeur

1 Déterminer la durée en secondes où la vitesse du parachutiste augmente. 3 s

2 Déterminer la durée pendant laquelle la vitesse du parachutiste est constante et non nulle. 8 s

Lire graphiquement un seuil

3 Déterminer à partir de combien de secondes, la vitesse passera sous les 10 m/s. 4,5 s

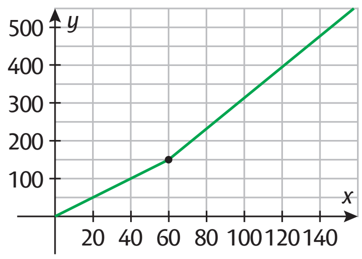
Effectuer une application numérique d'une formule

4 Sachant que $v = \frac{d}{t}$ avec d = 115 m et t = 14 s, quelle est la vitesse moyenne de chute, en m/s ?

$v_{moy} = \frac{115}{14} \approx 8,21$ m/s

Rituel 7

Lire graphiquement les variations d'une grandeur



1 Pour $x \leqslant 60$, si x augmente de 20 unités, quelle est la variation de $f(x)$? $f(x)$ augmente de 50 unités.

2 Pour $x \geqslant 60$, si x augmente de 20 unités, quelle est la variation de $f(x)$? $f(x)$ augmente environ de 80 unités.

Utiliser un ordre de grandeur pour contrôler un résultat

3 Donner un ordre de grandeur de la quantité $\frac{0,152}{0,201}$.

$\frac{0,152}{0,201} \approx \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 0,75$

Effectuer mentalement des calculs simples avec des décimaux

4 Ranger du plus petit au plus grand :
1,109 ; 1,7 ; 1,07 ; 1,81 ; 1,811 ; 1,100 9.

$1,07 < 1,100\,9 < 1,109 < 1,7 < 1,81 < 1,811$

5 Calculer : $\frac{0,15}{40} = 0,003\,75$

L'essentiel

Généralités sur les suites et suites arithmétiques

Définition : Une **suite** u ou $(u(n))$ est une fonction définie sur $\mathbb{N}$ qui à tout entier naturel n associe un réel noté $u(n)$.

$u(n)$ est appelé le **terme de rang** n ou terme général de la suite u.

Remarque : Une suite peut aussi être définie à partir d'un certain rang, par exemple à partir du rang 1.

Notation indicielle : Une suite est aussi notée (u_n) et le terme de rang n, u_n.

Définition : Une **suite arithmétique** u est une suite dont chaque terme est obtenu en ajoutant un même nombre r au précédent. Ce nombre r est appelé **raison**.

Mathématiquement, on note :
$u(n+1) = u(n) + r$ pour tout entier n où le premier terme $u(0)$ ou $u(1)$ est donné.

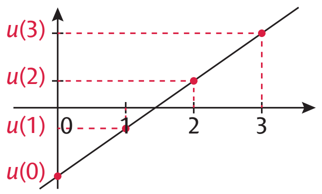
Terme de rang n (ou terme général) d'une suite arithmétique

Le terme de rang n d'une suite arithmétique u de raison r vérifie pour :

- un premier terme $u(0)$: $u(n) = u(0) + n \times r$
- un premier terme $u(1)$: $u(n) = u(1) + (n-1) \times r$

Représentation graphique

Dans un repère, on peut représenter une suite u par les points de coordonnées $(n\ ;\ u(n))$. Si u est arithmétique, ces points sont alignés.



▸ Fiches 19, 20 et 22

Monotonie d'une suite arithmétique

Propriétés

La croissance d'une suite arithmétique est donnée par le signe de sa raison.

▸ Si $r > 0$, la suite arithmétique est croissante.

▸ Si $r < 0$, la suite arithmétique est décroissante.

▸ Fiche 21

Fonction affine

Définition : Une **fonction affine** f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$ où a et b sont des réels.

a est égal au taux d'accroissement de f entre les abscisses x_1 et x_2 :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

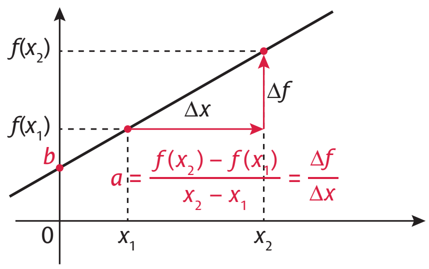
Sens de variation et représentation graphique

Le signe de a donne la monotonie de la fonction f.

▸ Si $a > 0$, la fonction affine est croissante.

▸ Si $a < 0$, la fonction affine est décroissante.

Une fonction affine est représentée par une droite dont a est le **coefficient directeur** et b l'**ordonnée à l'origine**.



▸ Fiches 23 à 26

Croissance linéaire pour un phénomène discret ou continu

Phénomène discret ou continu

Une suite caractérise un **phénomène discret** car la variable n est un entier naturel, donc n prend des valeurs isolées.

Par opposition, une fonction dont la variable (généralement x ou t) prend ses valeurs dans un intervalle de $\mathbb{R}$ caractérise un **phénomène continu**.

Croissance linéaire : La croissance d'un phénomène est linéaire lorsque le taux d'accroissement de la suite ou de la fonction qui la caractérise est constant.

▸ Si le phénomène est discret, une croissance linéaire peut être modélisée par une suite arithmétique.

▸ Si le phénomène est continu, une croissance linéaire peut être modélisée par une fonction affine définie sur un intervalle.

▸ Fiches 27 à 31

Calcul d'un terme d'une suite arithmétique

EXERCICE CORRIGÉ

1. Soit la suite arithmétique u de premier terme $u(0) = -2$ et de raison $r = 7$.
Calculer $u(1), u(2), u(3)$ et $u(4)$.
2. Soit la suite arithmétique v définie pour tout entier naturel n par $v(n) = 2 + 3n$.
Calculer $v(10)$.

CORRECTION

1. $u(1) = -2 + 7 = 5$; $u(2) = 5 + 7 = 12$;
$u(3) = 12 + 7 = 19$; $u(4) = 19 + 7 = 26$
2. $v(10) = 2 + 3 \times 10 = 32$

1 Soit la suite arithmétique u de premier terme $u(0) = 21$ et de raison $r = -4$.
Calculer $u(1)$, $u(2)$, $u(3)$ et $u(4)$.

$u(1) = 21 + (-4) = 17$ $\quad$ $u(2) = 17 - 4 = 13$

$u(3) = 13 - 4 = 9$ $\quad$ $u(4) = 9 - 4 = 5$

2 Soit la suite arithmétique u de premier terme $u(1) = 3$ et de raison $r = 0{,}75$.
Calculer $u(2), u(3), u(4)$ et $u(5)$.

$u(2) = 3 + 0{,}75 = 3{,}75$ $\quad$ $u(3) = 3{,}75 + 0{,}75 = 4{,}5$

$u(4) = 4{,}5 + 0{,}75 = 5{,}25$ $\quad$ $u(5) = 5{,}25 + 0{,}75 = 6$

3 Soit la suite v définie par $v(0) = 110$ et, pour tout entier naturel n, par $v(n + 1) = v(n) - 20$.

1. Quelle est la nature de la suite u ?

Par définition, u est arithmétique de raison -20.

2. Calculer $v(1), v(2)$ et $v(3)$.

Pour $n = 0$: $v(1) = v(0) - 20 = 110 - 20 = 90$.

Pour $n = 1$: $v(2) = v(1) - 20 = 90 - 20 = 70$.

Pour $n = 2$: $v(3) = v(2) - 20 = 70 - 20 = 50$.

4 Soit la suite arithmétique u définie par $u(0) = \frac{1}{2}$ et, pour tout entier naturel n, par $u(n + 1) - u(n) = \frac{3}{2}$.

Calculer $u(1)$ et $u(2)$.

On a $u(n + 1) = u(n) + \frac{3}{2}$.

Pour $n = 0$: $u(1) = u(0) + \frac{3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$.

Pour $n = 1$: $u(2) = u(1) + \frac{3}{2} = 2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$.

5 Soit la suite arithmétique u définie, pour tout entier naturel n, par $u(n) = 2 - 5n$.
Calculer $u(1), u(10)$ et $u(50)$.

$u(1) = 2 - 5 \times 1 = 2 - 5 = -3$; $u(10) = 2 - 5 \times 10 = 2 - 50 = -48$

$u(50) = 2 - 5 \times 50 = 2 - 250 = -248$

6 Soit la suite arithmétique v définie, pour tout entier naturel n, par $v(n) = 2{,}5 + 3{,}45n$.
Calculer $v(13), v(45)$ et $v(112)$.

$v(13) = 2{,}5 + 3{,}45 \times 13 = 47{,}35$

$v(45) = 2{,}5 + 3{,}45 \times 45 = 157{,}75$

$v(112) = 2{,}5 + 3{,}45 \times 112 = 388{,}9$

7 Soit la suite arithmétique u définie, pour tout entier naturel n, par $u(n) = \frac{2}{3}n + \frac{1}{3}$.

Calculer $u(2), u(5)$ et $u(16)$. On donnera le résultat sous forme de fraction si nécessaire.

$u(2) = \frac{2}{3} \times 2 + \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$; $u(5) = \frac{2}{3} \times 5 + \frac{1}{3} = \frac{11}{3}$

$u(16) = \frac{2}{3} \times 16 + \frac{1}{3} = 11$

8 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).**
Soit la suite arithmétique u de premier terme $u(1) = 5$ et de raison $r = -4$.
Alors le terme $u(3)$ vaut :

☐ -7 ☑ -3 ☐ 13 ☐ 17

9 Soit la suite u définie pour tout entier naturel n par $u(n) = n^2 - 2$.

1. Calculer $u(1) - u(0)$ et $u(2) - u(1)$.

$u(0) = 0^2 - 2 = -2$; $u(1) = 1^2 - 2 = -1$; $u(2) = 2^2 - 2 = 2$

$u(1) - u(0) = 1$ et $u(2) - u(1) = 3$.

2. La suite u est-elle arithmétique ?

La différence entre deux termes consécutifs n'est pas constante, donc la suite u n'est pas arithmétique.

10 Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n, par $\frac{u_{n+1} - u_n}{2} + 5 = 0$.

1. Montrer que la suite (u_n) est arithmétique et préciser sa raison.

$\frac{u_{n+1} - u_n}{2} = -5$ donc $u_{n+1} - u_n = -10$

La différence entre deux termes successifs est constante et vaut -10, donc la suite (u_n) est arithmétique de raison -10.

2. Calculer u_1, u_2 et u_3.

$u_1 = 2 - 10 = -8$; $u_2 = -8 - 10 = -18$

$u_3 = -18 - 10 = -28$

Terme de rang n d'une suite arithmétique

EXERCICE CORRIGÉ

1. Soit la suite arithmétique u de premier terme $u(0) = -2$ et de raison $r = 3$.
Déterminer $u(n)$, le terme de rang n de la suite u.
2. Soit la suite arithmétique v de premier terme $v(1) = 20$ et de raison $r = -0{,}5$.
Déterminer $v(n)$, le terme de rang n de la suite v.

CORRECTION

1. $u(n) = u(0) + n \times r = -2 + 3n$
2. $v(n) = v(1) + (n-1) \times r = 20 - 0{,}5(n-1)$

1 **Donner le terme général des suites suivantes.**

a. u est arithmétique de premier terme $u(0) = 15$ et de raison $r = 1{,}5$.

$u(n) = u(0) + n \times r = 15 + 1{,}5n$

b. v est arithmétique de premier terme $v(1) = 5$ et de raison $r = 25$.

$v(n) = v(1) + (n-1) \times r = 5 + 25(n-1)$

c. w est arithmétique de premier terme $w(0) = 8$ et de raison $r = -\frac{2}{3}$.

$w(n) = w(0) + n \times r = 8 - \frac{2}{3}n$

2 **Donner le terme général des suites suivantes.**

a. u a pour premier terme $u(0) = 5$ et chaque terme est obtenu en soustrayant 4 au précédent.

u est arithmétique de raison $r = -4$, donc

$u(n) = u(0) + n \times r = 5 - 4n$.

b. v a pour premier terme $v(1) = 8$ et $v(n+1) = v(n) + 7$, pour tout entier naturel n non nul.

v est arithmétique de raison $r = 7$, donc

$v(n) = v(1) + (n-1) \times r = 8 + 7(n-1)$.

3 Soit une suite arithmétique u de premier terme $u(0) = -0{,}02$ et de raison $r = 0{,}0037$.
Calculer $u(15)$.

$u(n) = -0{,}02 + 0{,}0037n$

$u(15) = 0{,}0355$

4 Soit une suite arithmétique v telle que $v(1) = \frac{5}{3}$ et de raison $r = \frac{4}{3}$.
Calculer $v(10)$ sous forme de fraction.

$v(n) = \frac{5}{3} + (n-1)r = \frac{5}{3} + (n-1) \times \frac{4}{3}$

$v(10) = \frac{5}{3} + (10-1) \times \frac{4}{3} = \frac{5}{3} + 9 \times \frac{4}{3} = \frac{5}{3} + \frac{36}{3} = \frac{41}{3}$

5 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).**
Soit la suite arithmétique u de raison $r = -5$ et de premier terme $u(1) = 2$. Le terme $u(n)$ est égal à :

☐ $2 - 5n$ ☑ $7 - 5n$ ☐ $-5 + 2n$ ☐ $5n + 2$

6 Soit la suite u tel que $u(n+1) = u(n) + \frac{1}{6}$ et $u(0) = \frac{2}{3}$.

1. Expliquer pourquoi la suite u est arithmétique.

u est arithmétique de raison $r = \frac{1}{6}$ car on obtient chaque terme en ajoutant $\frac{1}{6}$ au précédent.

2. Calculer $u(7)$.

$u(n) = u(0) + r \times n = \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \times n$

$u(7) = \frac{2}{3} + \frac{7}{6} = \frac{11}{6}$

7 v est une suite arithmétique de raison 12.
Calculer $v(0)$ sachant que $v(100) = 0$.

$v(n) = v(0) + n \times r = v(0) + 12n$

$v(100) = 0$, donc $v(0) + 12 \times 100 = 0$

$v(0) = -12 \times 100 = -1\,200$

8 u est une suite arithmétique de premier terme $u(1) = 15$.
Déterminer la raison de la suite u sachant que $u(20) = -23$.

$u(n) = u(1) + (n-1) \times r = 15 + (n-1) \times r$

$u(20) = -23$ donc $15 + (20-1)r = -23$

$19r = -23 - 15 \Leftrightarrow 19\,r = -38 \Leftrightarrow r = -\frac{38}{19} = -2$

9 Soit la suite arithmétique (u_n) vérifiant $u_5 = 2$ et $u_{10} = -18$.
Calculer la raison r et u_0, puis en déduire u_{50}.

$$\begin{cases} u_{10} = u_0 + 10r \\ u_5 = u_0 + 5r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_0 + 10r = -18 \\ u_0 + 5r = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_0 = -18 - 10r \\ -18 - 10r + 5r = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_0 = -18 - 10r \\ -18 - 5r = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_0 = -18 - 10r \\ -5r = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_0 = -18 - 10r \\ r = -4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_0 = -18 - 10 \times (-4) = 22 \\ r = -4. \end{cases}$$

Ainsi $u_n = 22 - 4n$, donc $u_{50} = 22 - 4 \times 50 = -178$.

Sens de variation d'une suite arithmétique

EXERCICE CORRIGÉ

1. Soit la suite arithmétique u de premier terme $u(1) = -4$ et de raison $\frac{3}{2}$.
Déterminer le sens de variation de la suite u.
2. Soit la suite arithmétique v de premier terme $v(0) = 3$ et de raison -1.
Déterminer le sens de variation de la suite v.

CORRECTION

1. La raison est $r = \frac{3}{2}$, donc $r > 0$: u est croissante.

2. La raison est $r = -1$, donc $r < 0$: v est décroissante.

1 **Déterminer le sens de variation de chaque suite.**

a. u est arithmétique de premier terme $u(0) = -4$ et de raison -7.

La raison est $r = -7$, donc $r < 0$: u est décroissante.

b. v est arithmétique de premier terme $v(1) = 2$ et de raison 0,5.

La raison est $r = 0,5$, donc $r > 0$: v est croissante.

c. La suite s vérifie $s(n+1) = s(n) + 8$ pour tout entier naturel n.

s est arithmétique de raison $r = 8$, donc $r > 0$:
s est croissante.

d. Chaque terme de la suite t est obtenu en soustrayant 4 au précédent.

t est arithmétique de raison est $r = -4$, donc $r < 0$:
t est décroissante.

2 Soit v une suite arithmétique telle que $v(5) = -23$ et $v(6) = -15$.

1. Quelle est la raison r de la suite v ?

$r = v(6) - v(5) = -15 + 23 = 8$

2. Que peut-on dire de la monotonie de la suite v ?

La raison r est positive, donc la suite v est croissante.

3 Soit la suite arithmétique u telle que : $u(1) = 9\,750$ et $u(4) = 5\,340$.

1. Quelle est la raison r de la suite u ?

$u(4) = u(1) + 3r$

On en déduit $r = \frac{u(4) - u(1)}{3} = \frac{5\,340 - 9\,750}{3} = -1\,470$

2. Que peut-on dire de la monotonie de la suite u ?

La raison r est négative, donc la suite u est décroissante.

4 Soit la suite u telle que, pour tout entier naturel n :

$$u(n) = -5n + \frac{3}{2}.$$

1. En identifiant $-5n + \frac{3}{2}$ à $u(0) + n \times r$, justifier que u est arithmétique et préciser $u(0)$ et r.

$-5n + \frac{3}{2} = u(0) + n \times r$ avec $u(0) = \frac{3}{2}$ et $r = -5$, donc u est arithmétique de raison -5.

2. En déduire le sens de variation de la suite u.

$r = -5$ et $-5 < 0$, donc la suite u est décroissante.

5 Soit la suite v définie sur $\mathbb{N}$ par $v(n) = \frac{3 + 0,1n}{5}$.

1. En identifiant $\frac{3 + 0,1n}{5}$ à $v(0) + n \times r$, justifier que v est arithmétique et préciser $v(0)$ et r.

$\frac{3 + 0,1n}{5} = \frac{3}{5} + \frac{0,1n}{5} = 0,6 + 0,02n$

donc $\frac{3 + 0,1n}{5} = v(0) + n \times r$ avec $v(0) = 0,6$
et $r = 0,02$, donc v est arithmétique de raison 0,02.

2. En déduire le sens de variation de la suite v.

$r = 0,02$ et $0,02 > 0$, donc la suite v est croissante.

6 **Cocher la (ou les) proposition(s) exacte(s).**

On peut affirmer que :

- ☐ La suite arithmétique u définie sur $\mathbb{N}$ par $u(n) = \frac{2n - 7}{3}$ est décroissante.
- ☑ La suite arithmétique v définie sur $\mathbb{N}$ par $v(n) = \frac{5 - 3n}{7}$ est décroissante.
- ☐ La suite w telle que $w(1) = 12$ et $w(5) = 3$ est décroissante.

7 Soit la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n, par $u_n = an + b$ où a et b sont des réels.

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de n.

$u_{n+1} = a(n+1) + b = an + a + b$

2. En déduire $u_{n+1} - u_n$.

$u_{n+1} - u_n = an + a + b - (an + b) = an + a + b - an - b = a$

3. Pourquoi la suite (u_n) est-elle arithmétique ?

La différence entre deux termes consécutifs de (u_n) est constante, donc (u_n) est arithmétique.

4. Donner la raison r puis la monotonie de (u_n) en fonction de a.

$r = a$ donc, si $a > 0$, la suite (u_n) est croissante et,
si $a < 0$, la suite (u_n) est décroissante.

Représentation d'une suite arithmétique

EXERCICE CORRIGÉ

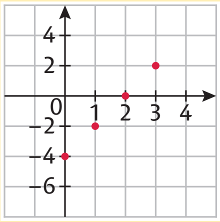
Placer dans un repère les quatre premiers points de la représentation de la suite arithmétique u de raison $r = 2$ et de premier terme $u(0) = -4$.

CORRECTION

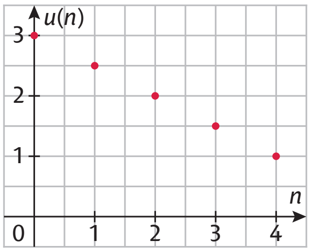
$u(1) = -4 + 2 = -2$; $u(2) = 0$; $u(3) = 2$

On obtient les points de coordonnées :

$(0\ ;-4), (1\ ;-2), (2\ ;0), (3\ ;2)$.



1 On donne la représentation des cinq premiers termes d'une suite arithmétique.



1. Pourquoi les points sont-ils alignés ?

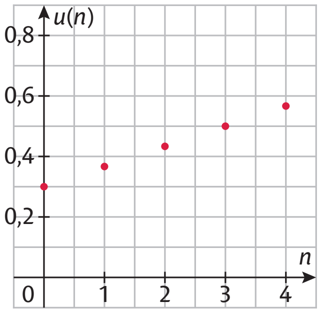
Les cinq points sont alignés car ils représentent une suite arithmétique.

2. Que vaut le premier terme de la suite ? $u(0) = 3$

3. Que vaut sa raison ?

On observe que l'on obtient chaque terme en soustrayant 0,5 au précédent, donc $r = -0{,}5$.

2 On donne la représentation des cinq premiers termes d'une suite u.



1. Pourquoi la suite u est-elle arithmétique ?

La suite u est arithmétique car les points sont alignés.

2. Quelle est la monotonie de la suite u ?

Les points ont des ordonnées croissantes, donc la suite u est croissante.

3. Que vaut son premier terme ? $u(0) = 0{,}3$

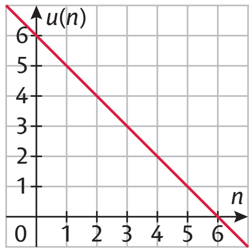
4. Que vaut sa raison ?

On prend $u(0) = 0{,}3$ et $u(3) = 0{,}5$ qui sont bien repérés sur le quadrillage.

$u(3) = u(0) + 3r \Leftrightarrow 0{,}5 = 0{,}3 + 3r \Leftrightarrow 3r = 0{,}2$

$\Leftrightarrow r = \dfrac{0{,}2}{3} \Leftrightarrow r = \dfrac{2}{30} = \dfrac{1}{15}$

3 Dans le repère ci-contre, on a représenté la droite sur laquelle sont situés les points de la représentation d'une suite arithmétique u de raison r.



Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. $u(0)$, le premier terme de la suite arithmétique u vaut :

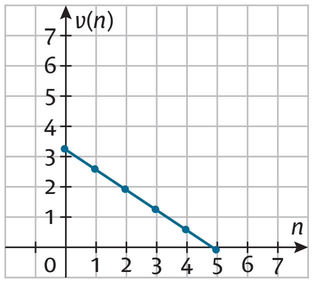
☑ 6 ☐ 5 ☐ 0 ☐ 1

b. La raison de la suite arithmétique u est :

☐ 2 ☐ 1 ☐ –2 ☑ –1

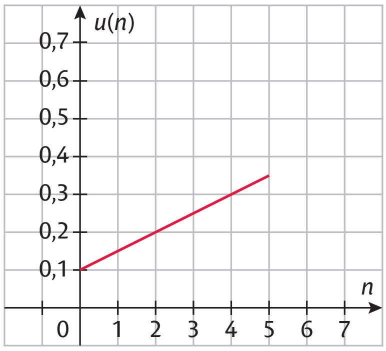
4 On considère une suite arithmétique v telle que $v(2) = 2$ et $v(5) = 0$.

1. Placer les points représentant $v(2)$ et $v(5)$ dans le repère ci-dessous.



2. Placer dans le repère précédent tous les termes de la suite de $v(0)$ à $v(5)$.

5 Dans le repère suivant, on a représenté la droite sur laquelle sont situés les points de la représentation d'une suite arithmétique (u_n) de raison r.



1. Déterminer le premier terme u_0 et la raison r.

Graphiquement, on trouve $u_0 = 0{,}1$ et $r = 0{,}05$.

2. Que vaut le terme u_{10} ?

D'après la question précédente, on a :

$u_n = u_0 + n \times r = 0{,}1 + 0{,}05n$,

donc $u_{10} = 0{,}1 + 0{,}05 \times 10 = 0{,}6$

Fonction affine

EXERCICE CORRIGÉ

Soit les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -2x + 3 \text{ et } g(x) = 3 + 2x^2.$$

1. La fonction f est-elle une fonction affine ? Pourquoi ?

2. La fonction g est-elle une fonction affine ? Pourquoi ?

CORRECTION

1. $f(x)$ est de la forme $ax + b$ avec $a = -2$ et $b = 3$, donc f est une fonction affine.

2. $g(x)$ n'est pas de la forme $ax + b$ car la variable x est au carré, donc g n'est pas une fonction affine.

1 Justifier que les fonctions dont les expressions sont données ci-dessous sont affines, en précisant a et b.

a. $f(x) = 5x + 4$

f est affine car $f(x) = ax + b$ avec $a = 5$ et $b = 4$.

b. $g(x) = 7x - 8$

g est affine car $g(x) = 7x + (-8)$ donc $g(x) = ax + b$ avec $a = 7$ et $b = -8$.

c. $h(x) = -7x$

h est affine car $h(x) = -7x + 0$ donc $h(x) = ax + b$ avec $a = -7$ et $b = 0$.

d. $i(x) = 3 - 2x$

i est affine car $i(x) = -2x + 3$ donc $i(x) = ax + b$ avec $a = -2$ et $b = 3$.

2 Soit les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{3-2x}{5} \text{ et } g(x) = -\frac{1}{3}(2-x).$$

Pourquoi ces fonctions sont-elles affines ?

• $f(x) = -\frac{2}{5}x + \frac{3}{5}$ donc f est affine car $f(x) = ax + b$ avec $a = -\frac{2}{5}$ et $b = \frac{3}{5}$.

• $g(x) = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ donc g est affine car $g(x) = ax + b$ avec $a = \frac{1}{3}$ et $b = -\frac{2}{3}$.

3 On donne $f(x) = 3 - \frac{1}{x}$ et $g(x) = (\sqrt{2} - 1)x$.

1. La fonction f est-elle une fonction affine ? Pourquoi ?

La fonction f n'est pas une fonction affine : $f(x)$ n'est pas de la forme $ax + b$ car la variable x apparaît au dénominateur.

2. La fonction g est-elle une fonction affine ? Pourquoi ?

La fonction g est une fonction affine car $g(x) = ax + b$ avec $a = \sqrt{2} - 1$ et $b = 0$.

4 On considère deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

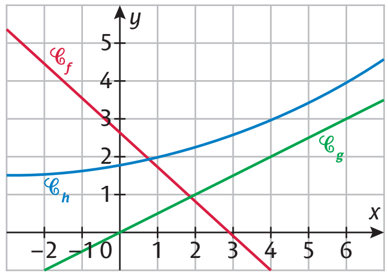
$$f(x) = (x + 3)^2 - x^2 \text{ et } g(x) = (x - 1)^2 - 3x^2.$$

Pour chacune d'elles, dire si elle est affine ou non en justifiant.

• $f(x) = (x + 3)^2 - x^2 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 - x^2$
$= x^2 + 6x + 9 - x^2 = 6x + 9$, donc f est affine.

• $g(x) = (x - 1)^2 - 3x^2 = x^2 - 2 \times x \times 1 + 1^2 - 3x^2$
$= x^2 - 2x + 1 - 3x^2 = -2x^2 - 2x + 1$, donc g n'est pas affine.

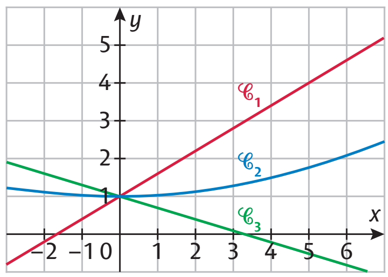
5 On donne ci-contre les représentations graphiques de trois fonctions f, g et h. Pour chaque fonction, dire si elle peut être une fonction affine ou non, en justifiant la réponse.



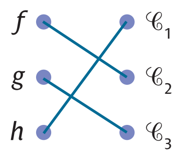
Les fonctions f et g sont représentées par des droites, donc f et g sont des fonctions affines.

La fonction h n'est pas représentée par une droite, donc h ne peut pas être une fonction affine.

6 On donne ci-contre les représentations graphiques de trois fonctions f, g et h définies sur $\mathbb{R}$ par
$f(x) = 0{,}03x^2 + 1$,
$g(x) = -0{,}3x + 1$
et $h(x) = 0{,}6x + 1$.



Relier chaque fonction à la courbe qui la représente.



7 Dans un repère on donne les points A(–1 ; –2) B(2 ; 3) et C(5 ; 8).

Ces trois points A, B et C appartiennent-ils à la représentation d'une fonction affine ?

$\overrightarrow{AB}(3 ; 5)$ et $\overrightarrow{AC}(6 ; 10)$. On constate que $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$, donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Les points A, B et C sont donc alignés : ils appartiennent bien à la représentation d'une fonction affine.

Représentation d'une fonction affine

EXERCICE CORRIGÉ

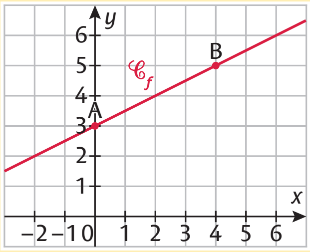
Représenter la fonction affine f définie par $f(x) = 0{,}5x + 3$ dans un repère.

CORRECTION

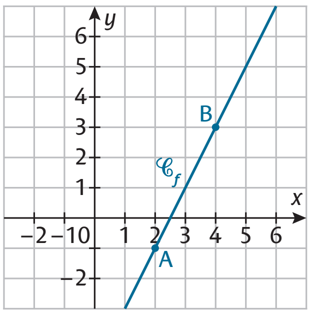
La représentation d'une fonction affine est une droite, donc il suffit de déterminer deux points pour la tracer. On cherche des points de coordonnées entières dans un tableau de valeurs :

x	0	4
$f(x)$	3	5

La courbe de f est alors la droite (AB) avec A(0 ; 3) et B(4 ; 5).



1 Représenter la fonction affine f définie par $f(x) = 2x - 5$ dans le repère ci-dessous.

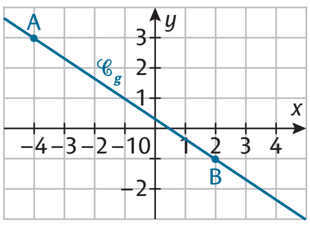


Penser à prendre des points qui sont dans la fenêtre du repère donné.

On peut prendre les valeurs du tableau ci-contre, qui donne les points A(2 ; –1) et B(4 ; 3).

x	2	4
$f(x)$	–1	3

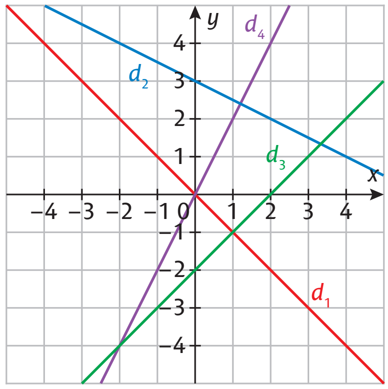
2 Représenter la fonction affine g définie par $g(x) = -\dfrac{2}{3}x + \dfrac{1}{3}$ dans le repère ci-dessous.



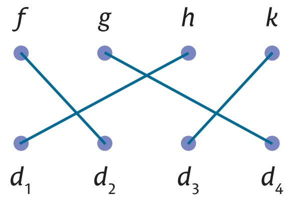
On peut prendre les valeurs du tableau ci-contre, qui donne les points A(–4 ; 3) et B(2 ; –1).

x	–4	2
$g(x)$	3	–1

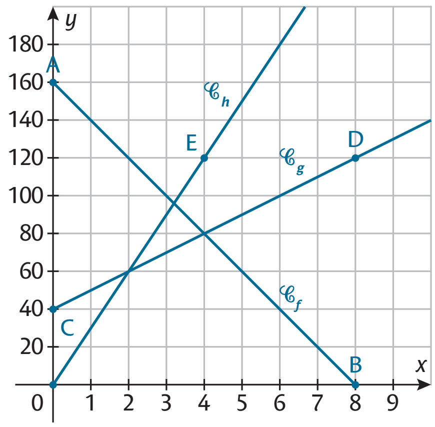
3 On donne ci-dessous les représentations graphiques de quatre fonctions affines f, g, h et k définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3 - 0{,}5x$; $g(x) = 2x$; $h(x) = -x$ et $k(x) = x - 2$.



Relier chaque fonction à la droite qui la représente.



4 Représenter les fonctions affines f, g et h définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 160 - 20x$; $g(x) = 10x + 40$ et $h(x) = 30x$ dans le repère ci-dessous.



• Pour la fonction f on peut prendre les valeurs du tableau ci-contre, qui donne les points A(0 ; 160) et B(8 ; 0).

x	0	8
$f(x)$	160	0

• Pour la fonction g on peut prendre les valeurs du tableau ci-contre, qui donne les points C(0 ; 40) et D(8 ; 120).

x	0	8
$f(x)$	40	120

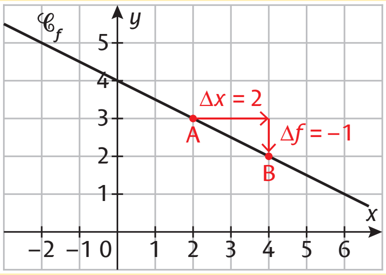
• La fonction h est linéaire, donc sa représentation graphique passe par l'origine du repère. On peut prendre en plus comme image $h(4) = 120$, donnant le point E(4 ; 120).

FICHE 25

Détermination graphique d'une fonction affine

EXERCICE CORRIGÉ

On donne ci-dessous la représentation d'une fonction affine f telle que $f(x) = ax + b$. Déterminer a et b.



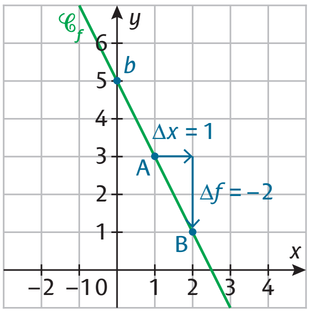
CORRECTION

- b est l'ordonnée à l'origine, donc $b = 4$.
- Pour déterminer a, on cherche deux points sur des nœuds de quadrillage, ici A et B et, en comptant les carreaux, on détermine $\Delta x = 2$ et $\Delta f = -1$,

on obtient alors $a = \dfrac{\Delta f}{\Delta x} = -\dfrac{1}{2}$.

On a donc $f(x) = -\dfrac{1}{2}x + 4$.

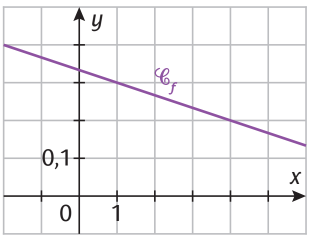
1 On donne ci-dessous la représentation d'une fonction affine f telle que $f(x) = ax + b$.



Déterminer a et b.

On a $b = 5$ et $a = \dfrac{\Delta f}{\Delta x} = -2$.

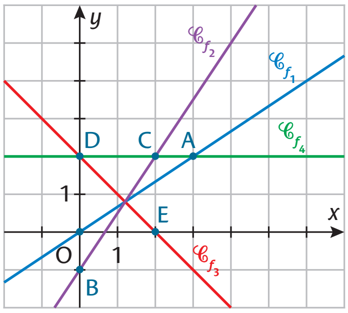
2 On a représenté ci-dessous une fonction affine f telle que $f(x) = ax + b$.



Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

☐ $a = -\dfrac{1}{3}$ ☐ $b = 0,5$ ☐ $a = \dfrac{1}{3}$ ☑ $a = -\dfrac{1}{30}$

3 On a représenté ci-dessous quatre fonctions affines f_1, f_2, f_3 et f_4.
Déterminer pour chaque fonction l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur des droites qui les représentent.



- La fonction f_1 est linéaire, donc $b_1 = 0$.

Pour déterminer a, on prend les points O et A,

on obtient alors : $a_1 = \dfrac{\Delta f_1}{\Delta x} = \dfrac{2}{3}$.

- Pour la fonction f_2, on prend les points B et C,

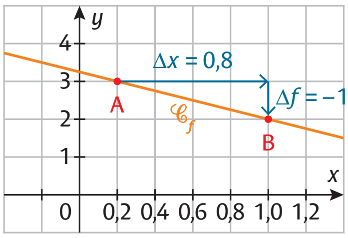
on obtient alors $b_2 = -1$ et $a_2 = \dfrac{\Delta f_2}{\Delta x} = \dfrac{3}{2}$.

- Pour la fonction f_3, on prend les points D et E,

on obtient alors $b_3 = 2$ et $a_3 = \dfrac{\Delta f_3}{\Delta x} = \dfrac{-2}{2} = -1$.

- La fonction f_4 est constante, donc $a_4 = 0$ et $b = 2$.

4 En utilisant la représentation graphique de la fonction f ci-dessous passant par les points A(0,2 ; 3) et B(1 ; 2), déterminer les valeurs exactes de $f(0)$ et $f(3)$.



Comme la courbe est une droite, f est une fonction affine telle que $f(x) = ax + b$.

$a = \dfrac{\Delta f}{\Delta x} = \dfrac{-1}{0,8} = -1,25$. De plus, $f(1) = 2$, donc

$-1,25 \times 1 + b = 2 \Leftrightarrow b = 2 + 1,25 = 3,25$

donc $f(x) = -1,25x + 3,25$

D'où $f(0) = b = 3,25$ et $f(3) = -1,25 \times 3 + 3,25 = -0,5$.

FICHE 26

Calcul des coefficients d'une fonction affine

EXERCICE CORRIGÉ

1. Soit une fonction affine f telle que $f(x) = ax + b$.
Déterminer a et b sachant que $f(3) = 6$ et $f(6) = -3$.
2. Vérifier le résultat par le calcul.

CORRECTION

1. • Le coefficient a correspond au taux d'accroissement de f donc :
$a = \dfrac{f(6) - f(3)}{6-3} = \dfrac{-3-6}{3} = \dfrac{-9}{3} = -3$.
On a donc $f(x) = -3x + b$.
• Pour déterminer b, on utilise une image :
$f(3) = 6 \Leftrightarrow -3 \times 3 + b = 6 \Leftrightarrow b = 9 + 6 = 15$.
On a donc $f(x) = -3x + 15$.
2. $f(6) = -3 \times 6 + 15 = -3$ et $f(3) = -3 \times 3 + 15 = 6$.

1 Soit une fonction affine g telle que $g(x) = ax + b$.
Déterminer a et b sachant que $g(-2) = -6$ et $g(4) = 3$.

• $a = \dfrac{g(4) - g(-2)}{4-(-2)} = \dfrac{3-(-6)}{6} = \dfrac{9}{6} = \dfrac{3}{2}$.

On a donc $g(x) = \dfrac{3}{2}x + b$.
• Pour déterminer b, on utilise une image :
$g(4) = 3 \Leftrightarrow \dfrac{3}{2} \times 4 + b = 3 \Leftrightarrow b = 3 - 6 = -3$.

On a donc $g(x) = \dfrac{3}{2}x - 3$.

2 Déterminer la fonction affine f dont la représentation $\mathscr{C}_f$ passe par les points A(0 ; 4) et B(2 ; 0).
f est une fonction affine, donc $f(x) = ax + b$
avec $f(0) = 4$ et $f(2) = 0$.
• $a = \dfrac{f(2) - f(0)}{2-0} = \dfrac{0-4}{2-0} = -2$, donc $f(x) = -2x + b$.

• Comme A(0 ; 4), alors $f(0) = 4$, donc $b = 4$.
On a donc $f(x) = -2x + 4$.

3 Déterminer la fonction affine g dont la représentation $\mathscr{C}_g$ passe par les points A(7 ; 1) et B(3 ; –7).
g est une fonction affine, donc $g(x) = ax + b$
avec $g(7) = 1$ et $g(3) = -7$.
• $a = \dfrac{g(7) - g(3)}{7-3} = \dfrac{1-(-7)}{7-3} = \dfrac{8}{4} = 2$ donc $g(x) = 2x + b$.

• Pour déterminer b, on utilise une image :
$g(3) = -7 \Leftrightarrow 2 \times 3 + b = -7 \Leftrightarrow b = -7 - 6 = -13$.
On a donc $g(x) = 2x - 13$.

4 Soit une fonction linéaire f telle que $f(0{,}2) = 7$.
Déterminer l'expression $f(x)$.
f est linéaire, donc de la forme $f(x) = ax$.
$f(0{,}2) = 7 \Leftrightarrow 0{,}2a = 7 \Leftrightarrow a = \dfrac{7}{0{,}2} = 35$.
On a donc $f(x) = 35x$.

5 Soit une fonction f telle que $f(8) = 13$; $f(13) = 21$ et $f(21) = 34$. **Cocher la bonne case.**

	Vrai	Faux
a. Le taux d'accroissement de f est de 1,6 entre 8 et 21.	☐	☑
b. Le taux d'accroissement de f est de 1,6 entre 8 et 13.	☑	☐
c. Il est possible que f soit affine.	☐	☑

6 Existe-t-il une fonction affine f vérifiant : $f(1{,}2) = 2{,}4$; $f(-2) = -4$ et $f(3{,}2) = 9$?
Calculons les taux d'accroissement :
$\dfrac{f(1{,}2) - f(-2)}{1{,}2-(-2)} = \dfrac{2{,}4-(-4)}{3{,}2} = 2$

et $\dfrac{f(3{,}2) - f(1{,}2)}{3{,}2-1{,}2} = \dfrac{9-2{,}4}{2} = 3{,}3$.
Les taux d'accroissement entre –2 et 1,2 et entre 1,2 et 3,2 sont différents, donc f ne peut pas être affine.

7 Existe-t-il une fonction affine f vérifiant $f(0) = 5$; $f(3) = 6$ et $f(6) = 7$?
Trouvons $f(x) = ax + b$, l'expression de la fonction affine f vérifiant $f(0) = 5$ et $f(3) = 6$.

$a = \dfrac{f(3) - f(0)}{3-0} = \dfrac{6-5}{3-0} = \dfrac{1}{3}$ et $f(0) = 5$ donc $b = 5$.

On a donc $f(x) = \dfrac{1}{3}x + 5$.
Calculons $f(6) = \dfrac{1}{3} \times 6 + 5 = 7$, donc cette fonction f convient.

8 🏆 Existe-t-il une fonction affine f vérifiant :
$f(2) = -1$; $f(-1) = 2$ et $\dfrac{f(4) - f(1)}{3} = -1$?

$\dfrac{f(4) - f(1)}{3} = -1$ correspond au taux d'accroissement entre les abscisses 4 et 1.
Vérifions qu'il vaut celui entre les abscisses 2 et –1
$\dfrac{f(2) - f(-1)}{2-(-1)} = \dfrac{-1-2}{3} = -1$ donc f affine existe.

FICHE 27

Croissance linéaire

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/8188-03

EXERCICE CORRIGÉ

Dire si le phénomène étudié est discret ou continu, puis préciser son type de croissance.

1. On pointe chaque jour la quantité de savon consommée depuis la rentrée dans un lycée : elle augmente de 2 kg par jour.

2. La température, en degrés Celsius, d'un liquide qui refroidit est une fonction f du temps t, en minutes, telle que $f(t) = 40 - 1,5t$.

CORRECTION

1. La variable est un nombre entier de jours, donc le phénomène étudié est discret.
L'évolution journalière est constante, donc ce phénomène suit une croissance linéaire.

2. La variable est le temps en minutes qui peut prendre n'importe quelle valeur réelle positive, donc le phénomène étudié est continu. La fonction f est affine, ce qui caractérise une croissance linéaire.

1 En un mois, le compte de Julie est passé de 1 300 € à 1 050 €. On suppose qu'elle va dépenser à l'avenir toujours la même somme par mois et qu'elle note la somme présente sur le compte à la fin de chaque mois. Dire si l'évolution de ses relevés est discrète ou continue, puis préciser son type de croissance.

• La variable est un nombre entier de mois écoulés, donc le phénomène étudié est discret.
• L'évolution mensuelle est constante et égale à –250 €, donc la décroissance est linéaire.

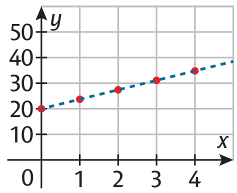
2 On s'intéresse à la position d'un cycliste se déplaçant sur une route rectiligne à vitesse constante. Dire si l'évolution de la position du cycliste est discrète ou continue, puis préciser son type de croissance.

• La variable est le temps qui, quelle que soit l'unité choisie, peut prendre n'importe quelle valeur réelle positive, donc le phénomène étudié est continu.
• Comme la vitesse est constante, la variation de la position sur l'axe de déplacement est constante. La croissance est donc linéaire.

3 La situation est caractéristique d'une évolution linéaire. **Cocher la bonne case.**

	Vrai	Faux
a. Une somme d'argent est multipliée par 2 tous les 10 ans.	☐	☑
b. Les cheveux poussent de 1 cm par mois.	☑	☐
c. La côte d'une action a augmenté de 12 € en 3 jours puis de 5 € les 4 jours suivants.	☐	☑

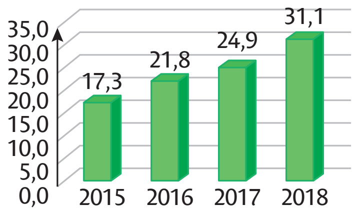
4 On a représenté ci-contre la population, en milliers d'habitants, d'une ville entre 2015 et 2020. L'année 2015 est l'année initiale (année 0).



Caractériser l'évolution de la population.

On s'intéresse à l'évolution chaque année entière, donc le phénomène est discret. De plus, les points représentant la population sur 5 ans sont alignés, donc la croissance est linéaire.

5 Le graphique ci-dessous illustre l'évolution du nombre d'immatriculations de voitures électriques (en milliers) en France de 2015 à 2018. L'évolution des immatriculations de voitures électriques est-elle linéaire ?



On calcule l'augmentation annuelle :
de 2015 à 2016 : 21,8 – 17,3 = 4,5
de 2016 à 2017 : 24,9 – 21,8 = 3,1
L'évolution des immatriculations d'une année sur l'autre n'étant pas constante, cette évolution n'est pas linéaire.

6 🏆 On donne dans le tableau suivant l'évolution du prix d'un loyer mensuel, en euros, de 2016 à 2021.

Année	2016	2017	2018	2019	2021
Loyer	1 350	1 393	1 434	1 478	1 564

Peut-on dire que l'évolution est linéaire ou quasi linéaire ?

On calcule l'évolution annuelle :
de 2016 à 2017 : 1 393 – 1 350 = 43 €
de 2017 à 2018 : 1 434 – 1 393 = 41 €
de 2018 à 2019 : 1 478 – 1 434 = 44 €
de 2019 à 2021 : 1 564 – 1 478 = 86 €, soit 43 € par an
L'augmentation est donc toujours d'à peu près 43 € par an. L'évolution est donc quasi linéaire.

FICHE 28

Modélisation d'une croissance linéaire

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/8188-03

EXERCICE CORRIGÉ

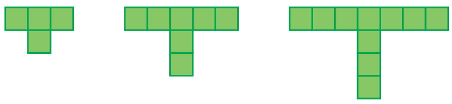
Louise place un capital de 5 000 € qui lui rapporte 250 € tous les ans.
Comment modéliser, à l'aide d'une suite u, le capital accumulé par Louise en fonction du nombre d'années n écoulées ?

CORRECTION

Le phénomène est discret car Louise touche les intérêts tous les ans. De plus, comme ces intérêts sont constants, la croissance est linéaire.
On peut donc modéliser le capital accumulé par une suite arithmétique u de premier terme $u(0) = 5\,000$ et de raison $r = 250$.
On a alors : $u(n) = 5\,000 + 250n$.

1 Soit le motif évolutif suivant. On s'intéresse au nombre de carreaux qui composent le motif à l'étape n.

Étape 1 Étape 2 Étape 3



1. Comment caractériser l'évolution du nombre de carreaux au vu de ces trois étapes ?

Le nombre de carreaux du motif augmente de 3 carreaux à chaque étape (un à gauche, un en dessous et un à droite). Le nombre de carreaux obéit à une croissance linéaire.

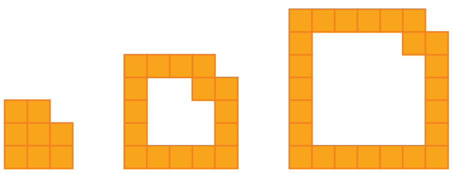
2. Modéliser le nombre de carreaux à l'étape n par une suite u.

On peut modéliser le nombre de carreaux à l'étape n par une suite arithmétique u de premier terme $u(1) = 4$ et de raison 3.

3. Quel est le nombre de carreaux à l'étape 8 ?

On a $u(n) = 4 + 3(n - 1)$ donc, à l'étape 8, on a : $u(8) = 4 + 3(8 - 1) = 25$ carreaux.

2 Soit le motif évolutif suivant. On s'intéresse au nombre de carreaux qui composent le motif à l'étape n



Étape 1 Étape 2 Étape 3

1. Déterminer le nombre de carreaux aux étapes 1, 2 et 3.

Il y a 8 ; 16 et 24 carreaux aux étapes 1, 2 et 3.

2. En supposant que la variation de carreaux est linéaire, modéliser le nombre de carreaux à l'étape n par une suite v.

On rajoute 8 carreaux à chaque étape.
On peut modéliser le nombre de carreaux à l'étape n par une suite arithmétique v de premier terme $v(1) = 8$ et de raison 8.

3. Quel est le nombre de carreaux à l'étape 10 ?

On a $v(n) = 8 + 8(n - 1) = 8n$, donc à l'étape 10, on a $v(10) = 8 \times 10 = 80$ carreaux.

3 ÉCONOMIE Une usine produit des stylos dont le coût de fabrication unitaire est de 1,50 €. À ce coût de fabrication s'ajoutent 800 € de frais fixes.
On suppose que le coût de production $c(x)$ de x milliers d'objets, en euros, obéit à une croissance linéaire.
Cocher la bonne case.

	Vrai	Faux
a. Le coût de fabrication de 7 500 stylos est 12 050 €.	☑	☐
b. La fonction c est linéaire.	☐	☑
c. La fonction c peut être considérée comme une suite arithmétique de premier terme $c(0) = 800$ et de raison $r = 1\,500$.	☐	☑
d. La fonction c est affine.	☑	☐

4 Dans un traité d'alpinisme, on peut lire que la température décroît de 0,65 °C tous les 100 m d'élévation.

1. On admet que la température en degrés Celsius varie linéairement en fonction de l'altitude, en mètres.
Un jour où il fait 20 °C au niveau de la mer, on considère la fonction f qui donne la température en degrés Celsius à x mètres d'altitude. Exprimer $f(x)$ en fonction de x.

Comme la température varie linéairement avec l'altitude, f est une fonction affine : $f(x) = ax + b$.
On sait que $f(0) = 20$, donc $b = 20$.
Pour 100 m, la température diminue de 0,65 °C donc, par linéarité, pour 1 m la température diminue de $\dfrac{0{,}65}{100} = 0{,}006\,5$ °C, autrement dit, $a = -0{,}0065$.

On a donc $f(x) = -0{,}0065x + 20$.

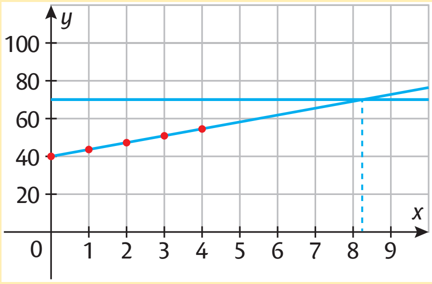
2. Calculer la température à 4 000 m d'altitude.

La température à 4 000 m vaut donc : $f(4\,000) = -0{,}0065 \times 4\,000 + 20 = -6$ °C.

Seuil d'une croissance linéaire (graphique)

EXERCICE CORRIGÉ

On donne graphiquement l'évolution d'une population entre 2016 et 2020, en milliers d'habitants. On prend comme année de référence l'année 2016 (année 0).

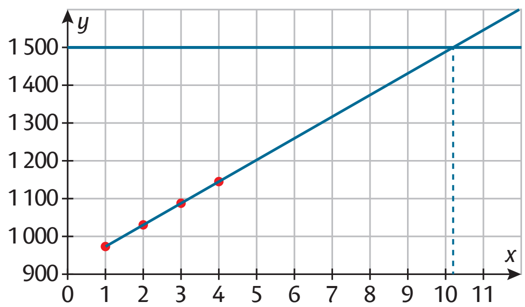


En supposant que la population varie linéairement, en quelle année la population dépassera-t-elle 70 000 habitants ?

CORRECTION

Si la population varie linéairement, les points représentant la population l'année n sont sur une droite.
On trace alors la droite passant par les points déjà représentés.
Cette droite coupe la droite d'équation $y = 70$ à un point d'abscisse comprise entre 8 et 9.
La population dépassera 70 000 habitants l'année 9 soit en 2016 + 9 = 2025.

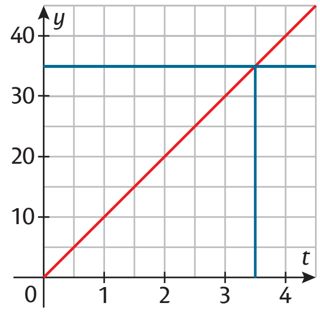
1 On a représenté le capital placé sur un compte alimenté tous les mois par Sofiane entre janvier et avril 2022.
On prend comme mois de référence janvier (mois 1).



En supposant que le capital varie linéairement, à partir de quel mois Sofiane disposera-t-il d'une somme d'au moins 1 500 € ?

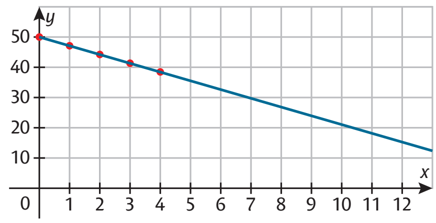
On trace la droite passant par les points déjà représentés.
Cette droite coupe la droite d'équation $y = 1\,500$ au point d'abscisse comprise entre 10 et 11.
Sofiane disposera d'au moins 1 500 € le mois 11, soit au mois de novembre.

2 On a représenté la vitesse, en mètres par seconde, d'un objet en chute libre à partir d'un instant initial $t = 0$ s jusqu'à $t = 5$ s.
À partir de combien de secondes l'objet atteindra-t-il une vitesse de 35 mètres par seconde ?



On trace la droite $y = 35$ qui coupe la droite donnant la vitesse, au point d'abscisse 3,5. Au bout de 3,5 s, l'objet atteindra une vitesse d'au moins 35 m/s.

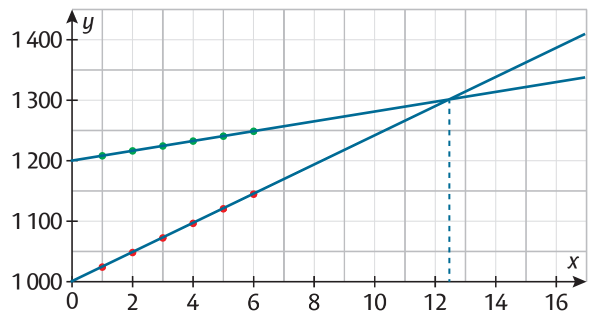
3 On a représenté le cours d'une action quotidiennement sur 5 jours. On prend comme référence la valeur de 50 € de l'action le jour 0.



Si la perte linéaire de la valeur du cours de l'action se confirme, au bout de combien de jours l'action aura-t-elle perdu plus des $\frac{2}{5}$ de sa valeur ? **Cocher la réponse exacte.**

☑ 7 jours ☐ 8 jours ☐ 10 jours ☐ 11 jours

4 🏆 On a représenté pour deux contrats d'embauche l'évolution du salaire sur les 6 premiers mois.
Le contrat 1 est représenté en rouge et le 2 en vert.



En supposant que les salaires évoluent linéairement, au bout de combien de mois le contrat 1 sera-t-il plus avantageux ?

On trace les deux droites correspondant aux 6 premiers points. La droite des points rouges sera au-dessus de celle des points verts au bout de 13 mois.

Seuil d'une croissance linéaire (algébrique)

EXERCICE CORRIGÉ

On donne la suite u telle que $u(n) = 12 + 3{,}5n$.
Déterminer le plus petit entier naturel n pour que $u(n) \geqslant 30$.

CORRECTION

On a $u(n) \geqslant 30 \Leftrightarrow 12 + 3{,}5n \geqslant 30$

$\Leftrightarrow 3{,}5n \geqslant 18 \Leftrightarrow n \geqslant \dfrac{18}{3{,}5}$ or $\dfrac{18}{3{,}5} \approx 5{,}14$

Donc $u(n) \geqslant 30$ à partir de $n = 6$.

1 On donne la suite v telle que $v(n) = 500 - 4n$.
Déterminer le plus petit entier naturel n pour que $v(n) < 100$.

$v(n) < 100 \Leftrightarrow 500 - 4n < 100 \Leftrightarrow -n < -400 \Leftrightarrow n > 100$,
donc $u(n) < 100$ à partir de $n = 101$.

2 Soit v une suite arithmétique de premier terme $v(0) = 50$ et de raison $r = -2{,}7$. Déterminer le plus petit rang n à partir duquel $v(n)$ est strictement négatif.

$v(n) = v(0) + n \times r = 50 - 2{,}7n$
On veut que $v(n) < 0 \Leftrightarrow 50 - 2{,}7n < 0$
$\Leftrightarrow -2{,}7n < -50 \Leftrightarrow n > \dfrac{50}{2{,}7}$ or $\dfrac{50}{2{,}7} \approx 18{,}52$
donc le terme $v(n)$ est négatif à partir de $n = 19$.

3 Soit deux suites u et v telles que $u(n) = 24 + 5n$ et $v(n) = 5 + 7n$. À partir de quel rang n le terme $u(n)$ est-il inférieur au terme $v(n)$?

On doit avoir $u(n) < v(n) \Leftrightarrow 24 + 5n < 5 + 7n$
$\Leftrightarrow 5n - 7n < 5 - 24 \Leftrightarrow -2n < -19 \Leftrightarrow n > \dfrac{19}{2}$
À partir du rang 10, le terme $u(n)$ est inférieur au terme $v(n)$.

4 ÉCONOMIE Soit les coûts de fabrication, en euros, c_1 et c_2 de x objets dans les usines 1 et 2.
- Dans l'usine 1 : $c_1(x) = 120 + 0{,}34x$.
- Dans l'usine 2 : $c_2(x) = 90 + 0{,}37x$.

Déterminer le nombre d'objets à fabriquer pour que le coût de fabrication de l'usine 1 soit plus avantageux que celui de l'usine 2.

On doit avoir $c_1(x) < c_2(x) \Leftrightarrow 120 + 0{,}34x < 90 + 0{,}37x$
$\Leftrightarrow 0{,}34x - 0{,}37x < 90 - 120 \Leftrightarrow -0{,}03x < -30$
$\Leftrightarrow x > \dfrac{30}{0{,}03} \Leftrightarrow x > 1\,000$
Si l'usine 1 fabrique plus de 1 000 objets, son coût de fabrication sera plus avantageux que celui de l'usine 2.

5 Louise décide d'aller régulièrement à la piscine pendant 1 an. On lui propose deux tarifs :
- tarif 1 : 3 € par ticket d'entrée ;
- tarif 2 : 30 € pour une carte d'adhésion annuelle, puis 1,70 € par ticket d'entrée.

Combien de fois par an Louise doit-elle aller à la piscine pour que le tarif 2 soit plus avantageux ?

Soit n le nombre de fois où Louise va à la piscine durant l'année. On doit avoir :
$30 + 1{,}7n < 3n \Leftrightarrow 1{,}7n - 3n < -30 \Leftrightarrow -1{,}3n < -30$
$\Leftrightarrow n > \dfrac{30}{1{,}3}$ or $\dfrac{30}{1{,}3} \approx 23{,}08$

Donc, si Louise va au moins 24 fois à la piscine par an, choisir le tarif 2 est plus avantageux.

6 Un artisan investit 30 000 € dans des machines afin de créer des jouets en bois. Il dépense 3,50 € de matières premières pour chaque jouet, qu'il vend 12,50 €.
Combien de jouets doit-il vendre au minimum pour réaliser un bénéfice ?

Cocher la réponse exacte.

☐ 2 400 ☐ 3 333 ☑ 3 334 ☐ 3 500

7 ÉCONOMIE Mariam place un capital de 5 000 € à intérêts simples au taux annuel de 5 % en 2022.
Cela signifie qu'à la fin de chaque année, on lui ajoute un intérêt égal à 5 % de la somme déposée initialement soit 5 000 €.

1. Déterminer le montant des intérêts annuels.

Intérêts annuels : $5\,000 \times 0{,}05 = 250$ €

2. Au bout de combien d'années le capital de Mariam aura-t-il plus que doublé par rapport à son capital initial ?

Soit $c(n)$ le capital de Mariam la n-ième année, on a alors $c(n) = 5\,000 + 250n$.
Le capital sera supérieur à 10 000 € si :
$5\,000 + 250n > 10\,000 \Leftrightarrow 250n > 5\,000$
$\Leftrightarrow n > \dfrac{5\,000}{250} \Leftrightarrow n > 20$

Au bout de 21 ans, le capital de Mariam aura plus que doublé.

Seuil d'une croissance linéaire (calculatrice)

EXERCICE CORRIGÉ

On donne la suite arithmétique u définie pour tout entier n par $u(n) = 5,2 + 0,37n$.
Déterminer à l'aide d'un tableau de valeurs sur la calculatrice le rang n à partir duquel $u(n) \geqslant 10,5$.

CORRECTION

On rentre sur la calculatrice $u(n) = 5,2 + 0,37n$.
Un tableau de valeurs donne $u(14) = 10,38$ et $u(15) = 10,75$, donc $u(n) \geqslant 10,5$ à partir de $n = 15$.

1 On donne la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -6x + 89.$$

Déterminer, à l'aide d'un tableau, à partir de quel entier x on a $f(x) < 10$.

On rentre sur la calculatrice $f(x) = -6x + 89$.
Un tableau de valeurs donne $f(13) = 11$ et $f(14) = 5$
donc, quand $x \geqslant 14$, on a $f(x) < 10$.

2 Soit v une suite arithmétique de premier terme $v(0) = 152$ et de raison $r = -15,62$.
À l'aide d'un tableau de valeurs sur la calculatrice, déterminer le plus petit rang n à partir duquel $v(n)$ est négatif.

On rentre sur la calculatrice $v(n) = 152 - 15,62n$.
Un tableau de valeurs donne $v(9) = 11,42$ et $v(10) = -4,2$,
donc le terme $v(n)$ est négatif à partir de $n = 10$.

3 Soit deux suites u et v telles que :

$$u(n) = 1\,052 + 42n \text{ et } v(n) = 945 + 57n.$$

À l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de quel rang n le terme $v(n)$ est supérieur au terme $u(n)$

On rentre les deux suites sur la calculatrice.
Un tableau de valeurs donne $u(7) = 1\,346$; $u(8) = 1\,388$
et $v(7) = 1\,344$; $v(8) = 1\,401$.
À partir de $n = 8$, le terme $v(n)$ est supérieur au terme $u(n)$.

4 On donne les populations $p_A(n)$ et $p_B(n)$ de deux villes A et B en milliers d'habitants de l'année 2010 + n.

- $p_A(n) = 32 + 0,82n$
- $p_B(n) = 41 + 0,36n$

En s'aidant d'un tableau de valeurs, déterminer en quelle année la population de la ville A dépassera la population de la ville B. **Cocher la réponse exacte.**

☑ 2030 ☐ 2020 ☐ 2019 ☐ 2029

5 Une agence de voitures de location propose deux types de contrats journaliers pour un modèle de voiture :

- contrat 1 : 30 € de forfait et 0,42 € par km ;
- contrat 2 : 56,50 € de forfait et 0,27 € par km.

Pour x km parcourus, le prix à payer est $f(x)$ pour le contrat 1 et $g(x)$ pour le contrat 2.

1. Exprimer $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x.

On a $f(x) = 30 + 0,42x$ et $g(x) = 56,5 + 0,27x$

2. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous à l'aide de la calculatrice.

x	150	160	170	180	190	200
$f(x)$	93	97,2	101,4	105,6	109,8	114
$g(x)$	97	99,7	102,4	105,1	107,8	110,5

3. Déterminer le nombre de kilomètres nécessaires pour que le contrat 2 soit plus avantageux.

On affine le tableau de valeurs en tabulant à partir de 170 et on trouve :
$f(176) = 103,92$; $f(177) = 104,34$
et $g(176) = 104,02$; $g(177) = 104,29$.
À partir de 177 km, le contrat 2 est plus avantageux.

6 On veut comparer le coût annuel, en euros, de deux voitures v_1 et v_2 (entretien et prix du carburant) en fonction du nombre x de kilomètres parcourus.

Les deux voitures parcourent au moins 7 000 km par an.

- Voiture v_1 : entretien 620 € et 14,7 € pour 100 km.
- Voiture v_2 : entretien 850 € et 11,5 € pour 100 km.

Déterminer les expressions $v_1(x)$ et $v_2(x)$ puis, à l'aide d'un tableau de valeurs sur la calculatrice, déterminer le nombre maximum de kilomètres parcourus, à 10 km près, pour que la voiture v_1 reste plus avantageuse que la voiture v_2.

$v_1(x) = 620 + 0,147x$ et $v_2(x) = 850 + 0,115x$.
On dresse un tableau de valeurs à partir de 7 000 avec un pas de 10, on obtient alors :
$v_1(7\,180) = 1\,675,46$; $v_1(7\,190) = 1\,676,93$
et $v_2(7\,180) = 1\,675,70$; $v_2(7\,190) = 1\,675,85$.
Jusqu'à 7 180 km, à 10 km près, la voiture v_1 reste plus avantageuse.

Problèmes

1 Intérêts simples ÉCONOMIE

Moussa place un capital de 3 500 € à intérêts simples au taux annuel de 4 % en 2022.
Cela signifie que, chaque année, on ajoute un intérêt égal à 4 % du capital initial.
De même, son amie Sophie place un capital de 2 000 € à intérêts simples au taux annuel de 3,5 % en 2022.

1. Quelles sont les sommes que possèdent Moussa et Sophie en 2023 et 2024 ?

• Pour Moussa, en 2023 : $3\,500 + 3\,500 \times 0{,}04 = 3\,500 + 140 = 3\,640$ €, et en 2024 : $3\,640 + 140 = 3\,780$ €.

• Pour Sophie, en 2023 : $2\,000 + 2\,000 \times 0{,}035 = 2\,000 + 70 = 2\,070$ €, et en 2024 : $2\,070 + 70 = 2\,140$ €.

2. Soit u la suite telle que $u(n)$ corresponde à la somme que possède Moussa l'année $2022 + n$, et v la suite telle que $v(n)$ corresponde à la somme que possède Sophie l'année $2022 + n$.

a. Déterminer $u(0)$ et $v(0)$.

$u(0) = 3\,500$ et $v(0) = 2\,000$.

b. Quelle est la nature de ces suites ?

$u(n + 1) = u(n) + 140$, donc u est arithmétique de raison 140.

$v(n + 1) = v(n) + 70$, donc v est arithmétique de raison 70.

c. Exprimer $u(n)$ et $v(n)$ en fonction de n.

$u(n) = u(0) + n \times r = 3\,500 + 140n$ et $v(n) = v(0) + n \times r = 2\,000 + 70n$.

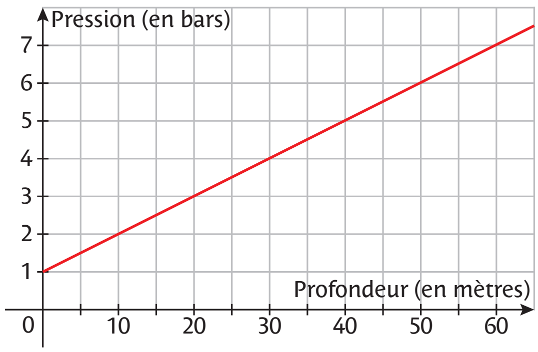
d. En déduire l'année où Moussa et Sophie auront assez d'argent pour acheter une voiture à 7 000 € à eux deux.

On résout : $u(n) + v(n) \geqslant 7\,000 \Leftrightarrow 3\,500 + 140n + 2\,000 + 70n \geqslant 7\,000 \Leftrightarrow 5\,500 + 210n \geqslant 7\,000$

$\Leftrightarrow 210n \geqslant 1\,500 \Leftrightarrow n \geqslant \dfrac{1\,500}{210}$ or $\dfrac{1\,500}{210} \approx 7{,}14$ donc ils pourront acheter cette voiture en $2022 + 8 = 2030$.

2 Pression sur un plongeur PHYSIQUE

On donne la représentation de la fonction f donnant la pression en bars s'exerçant sur un plongeur à une profondeur x en mètres.



1. À l'aide de la représentation graphique :

a. Donner la pression en bars s'exerçant sur un plongeur à une profondeur de 30 m, de 45 m.

À 30 m, la pression est de 4 bars et, à 45 m, elle est de 5,5 bars.

b. Donner la profondeur, en m, lorsque la pression s'exerçant sur le plongeur est de 3 bars.

La pression est de 3 bars à 20 m de profondeur.

c. Quelle est la pression s'exerçant sur le plongeur à la surface de l'eau ? Comment expliquer que cette pression n'est pas nulle ?

La pression à la surface de l'eau est de 1 bar, ce qui correspond à la pression atmosphérique.

2. a. Quelle est la nature de la fonction f ?

Comme la représentation est une droite, f est une fonction affine.

b. Exprimer $f(x)$ en fonction de x.
En déduire la pression à 8,3 m de profondeur.

$b = f(0) = 1$ et $a = 0{,}1$ donc $f(x) = 0{,}1x + 1$. $f(8{,}3) = 0{,}1 \times 8{,}3 + 1 = 1{,}83$.

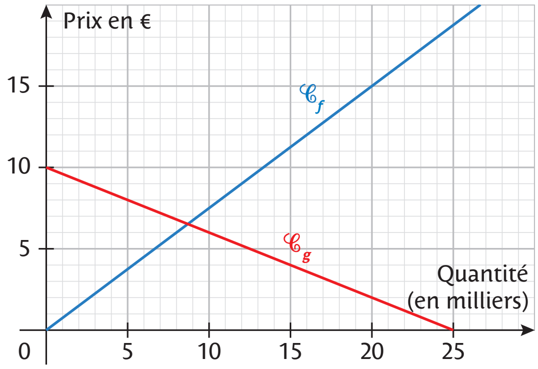
La pression à 8,3 m de profondeur est de 1,83 bar.

c. Calculer la profondeur, en m, à laquelle se trouve le plongeur si la pression s'exerçant sur lui est de 10,7 bars.

$f(x) = 10{,}7 \Leftrightarrow 0{,}1x + 1 = 10{,}7 \Leftrightarrow 0{,}1x = 9{,}7 \Leftrightarrow x = \dfrac{9{,}7}{0{,}1} = 97$ m

3 L'offre et la demande ÉCONOMIE

L'offre est la quantité de biens qu'une entreprise est prête à vendre à un prix donné. La demande est la quantité de biens que les consommateurs sont prêts à acheter pour un prix donné.
Lors du lancement d'un jouet sur le marché, une étude a permis d'obtenir les représentations des fonctions d'offre et de demande.



1. a. Déterminer les expressions algébriques des deux fonctions f et g tracées.

$f(x) = \frac{15}{20}x = 0{,}75x$ et $g(x) = 10 - \frac{10}{25}x = 10 - 0{,}4x$

b. Laquelle des deux représentations graphiques représente la demande ? Justifier.

La fonction demande est la fonction g : plus le prix diminue plus la quantité demandée augmente.

c. Lorsque le prix est de 5 €, quelle quantité approximative de jouets l'entreprise est-elle prête à vendre ? Quelle quantité de jouets les consommateurs sont-ils prêts à acheter ?

L'entreprise est prête à vendre 6 500 jouets et les consommateurs sont prêts à en acheter 12 500.

2. Le marché d'offre et de demande est à l'équilibre lorsque, pour un même prix, la quantité offerte par les producteurs est égale à la quantité demandée par les consommateurs. Déterminer ce prix d'équilibre :

a. graphiquement.

On cherche l'ordonnée du point d'intersection des deux droites, soit à peu près 6,50 €.

b. par le calcul arrondi au centime. À quelle quantité ce prix correspond-il ?

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 0{,}75x = 10 - 0{,}4x \Leftrightarrow 0{,}75x + 0{,}4x = 10 \Leftrightarrow 1{,}15x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{1{,}15} \approx 8{,}696$

$f(8{,}696) = 0{,}75 \times 8{,}696 \approx 6{,}52$. Le prix d'équilibre est donc de 6,52 € : ce prix correspond à 8 696 jouets.

4 Degré Celsius et degré Fahrenheit PHYSIQUE

En France, l'unité de température est le degré Celsius, noté °C. Dans certains pays anglo-saxons, l'unité est le degré Fahrenheit, noté °F.
La conversion des degrés Celsius en degrés Fahrenheit s'obtient à l'aide d'une fonction affine f qui à une température en degrés Celsius x associe la température $f(x)$ en degrés Fahrenheit.
Pour un Californien, l'eau gèle à 32 °F et bout à 212 °F.

1. Déterminer l'expression algébrique de $f(x)$.

L'eau bout à 100 °C et gèle à 0 °C : on a donc a $f(0) = 32$ et $f(100) = 212$.

D'où $f(x) = ax + b$

avec $b = f(0) = 32$ et $a = \frac{f(100) - f(0)}{100 - 0} = \frac{212 - 32}{100} = 1{,}8$. Donc $f(x) = 1{,}8x + 32$.

2. À l'aide de cette expression, répondre aux questions suivantes.

a. Quelle est la température du corps humain en °F ?

$f(37) = 1{,}8 \times 37 + 32 = 98{,}6$. Le corps humain est proche d'une température de 100 °F.

b. S'il fait 90 °F à Los Angeles, est-ce une température supportable ? Justifier.

$f(x) = 90 \Leftrightarrow 1{,}8x + 32 = 90 \Leftrightarrow 1{,}8x = 90 - 32 \Leftrightarrow x = \frac{58}{1{,}8} \approx 32{,}2$ °C, ce qui est chaud mais supportable.

c. Peut-on trouver une température qui s'exprime par le même nombre en °C et en °F ?

$f(x) = x \Leftrightarrow 1{,}8x + 32 = x \Leftrightarrow 1{,}8x - x = -32 \Leftrightarrow 0{,}8x = -32 \Leftrightarrow x = -\frac{32}{0{,}8} = -40$

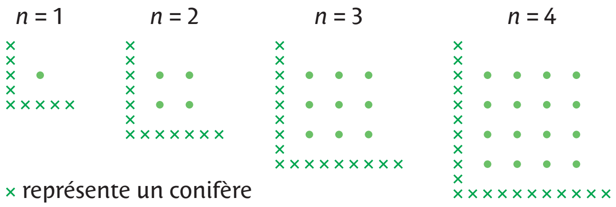
C'est donc possible pour cette température très basse : −40 °C = −40 °F.

3. Un physicien affirme que pour transformer approximativement les °F et °C mentalement, il suffit de retirer 30 puis de diviser par 2. Expliquer cette méthode.

On prend la température $1{,}8x + 32$ °F. Si on enlève 30, on a environ $1{,}8x$ puis si on divise par 2 : on obtient environ x °C.

5 Verger

Un fermier plante des pommiers en carré. Afin de protéger ces arbres contre les vents dominants, il plante des conifères sur deux côtés du verger.
Voici ci-dessous la situation avec la disposition des pommiers et des conifères pour n rangées de pommiers.



× représente un conifère
• représente un pommier

1. Soit la suite u donnant le nombre de conifères $u(n)$ en fonction du nombre $n \geqslant 1$ de rangées de pommiers.
a. La suite u semble-t-elle traduire une croissance linéaire ? Quelle semble être la nature de la suite u ?

Oui car on passe d'une étape à l'autre en rajoutant 4 conifères (9, 13, 17, 21). La suite semble arithmétique.

b. On admet que la suite u est arithmétique. Déterminer $u(n)$ en fonction de n.
En déduire le nombre de conifères pour protéger 10 rangées de pommiers.

$u(n) = u(1) + 4(n - 1) = 9 + 4n - 4 = 5 + 4n$, on en déduit $u(10) = 5 + 40 = 45$. Il faut 45 conifères.

2. Soit la suite v donnant le nombre de pommiers $v(n)$ en fonction du nombre $n \geqslant 1$ de rangées de pommiers.
La suite v traduit-elle une croissance linéaire ? Justifier.

Les nombres de pommiers sur les quatre étapes sont : 1 ; 4 ; 9 ; 16. Ces nombres ne sont pas en progression arithmétique. La croissance n'est pas linéaire.

6 Évolution linéaire du niveau de la mer SVT

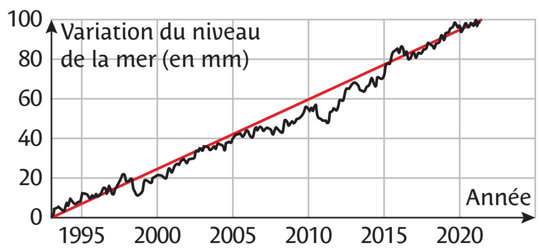
1. Des relevés ont montré que le niveau de la mer a augmenté de 0,20 m entre 1901 et 2018. On considère que cette élévation suit une croissance linéaire.
Selon ces relevés :
a. Quelle est l'élévation annuelle en millimètres du niveau de la mer ?

$\dfrac{200}{2018 - 1901} = \dfrac{200}{117} \approx 1{,}71$. Le niveau de la mer augmente de 1,71 mm par an.

b. En suivant ce rythme, quelle serait l'élévation du niveau de la mer en mm en 2050 par rapport à 2022 ?

$1{,}71(2\,050 - 2\,022) = 47{,}88$ mm

2. Des observations par satellites ont permis de mesurer l'élévation du niveau de la mer entre 1993 et 2022.
On a tracé en rouge la droite passant par le premier et le dernier point représentant une élévation constante du niveau de la mer.



a. En utilisant cette droite de tendance, quelle est l'élévation annuelle moyenne en millimètres sur la période représentée ?

Entre 2005 et 2015 : $\dfrac{76 - 42}{2015 - 2005} \approx 3{,}4$ mm.

b. Selon ces relevés, quelle sera l'élévation du niveau de la mer entre 2022 et 2050 ?

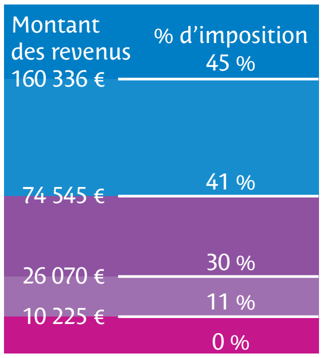
$3{,}4(2\,050 - 2\,022) = 95{,}2 \approx 95$ mm

c. Comparer les résultats trouvés aux questions **1. b.** et **2. b.** puis ces modèles.

La valeur trouvée avec les observations par satellites est environ deux fois supérieure aux relevés entre 1901 et 2018 : l'élévation du niveau de la mer s'accélère, le modèle linéaire n'est pas adapté, on lui préférera un autre modèle.

7 Montant de l'impôt

En France, le paiement de l'impôt sur le revenu est régi par un système par tranches : selon leur montant, les revenus sont partagés sur une ou plusieurs tranches, chacune associée à un taux d'imposition précis.
On donne ci-contre le barème applicable au début de l'année 2022. On considère le cas de Leïla, célibataire et sans enfant (le nombre de part est égal à 1).
Prenons deux exemples pour comprendre ce système.
• Le revenu annuel brut de Leïla est de 9 000 €.
9 000 < 10 225, le taux d'imposition est de 0 % : Leïla n'est pas imposable sur le revenu.
• Le revenu imposable de Leïla est de 30 000 €.
Comme elle gagne annuellement plus de 26 070 €, le **taux marginal** d'imposition est de 30 %.



Attention, cela ne veut pas dire qu'elle paie 30 000 × 0,30 = 9 000 € d'impôts, cela veut dire qu'elle paie 30 % d'impôts sur la partie de son revenu imposable située entre 26 070 et 30 000 €, 11 % sur celle entre 10 225 et 26 070 € et 0 % sur celle en dessous de 10 225 €.
Pour calculer précisément le montant de son impôt, on décompose 30 000 sur les trois tranches :

$$30\,000 = 10\,225 + (26\,070 - 10\,225) + (30\,000 - 26\,070) = \underbrace{10\,225}_{0\,\%} + \underbrace{15\,845}_{11\,\%} + \underbrace{3\,930}_{30\,\%}$$

Le montant de l'impôt est égal à 10 225 × 0 + 15 845 × 0,11 + 3 930 × 0,30 = 2 921,95 : l'impôt final est arrondi à 2 922 €.
Son **taux moyen d'imposition** est égal à $\dfrac{2\,922}{30\,000} = 0{,}974$ soit 9,74 %.

1. Calculer le montant de l'impôt, puis le taux moyen d'imposition de Leïla si son revenu imposable est de 25 000 €.

Son taux marginal est de 11 %, donc le montant de l'impôt est égal à :
10 225 × 0 + (25 000 – 10 225) × 0,11 = 1 625,25 : l'impôt final est arrondi à 1 625 €.
Son taux moyen d'imposition est égal à $\dfrac{1\,625}{25\,000} = 0{,}065$ soit 6,5 %.

2. On cherche à déterminer la fonction affine par morceaux f, pour des revenus imposables de Leïla inférieurs à 74 545 €.
$f(x)$ correspond alors à l'impôt en milliers d'euros de Leïla pour un revenu de x milliers d'euros. Soit les intervalles : $I_1 = [0 ; 10{,}225]$, $I_2 =]10{,}225 ; 26{,}070]$, $I_3 =]26{,}070 ; 74{,}545]$.

a. Si $x \in I_1$ que vaut $f(x)$? $f(x) = 0$

b. Montrer que, si $x \in I_2$, $f(x) = 0{,}11x - 1{,}125$, arrondi à l'euro près.

$f(x) = 0{,}11(x - 10{,}225) = 0{,}11x - 1{,}125$, arrondi à l'euro près

c. En s'appuyant sur l'exemple donné, montrer que, si $x \in I_3$, $f(x) = 0{,}3x - 6{,}078$, arrondi à l'euro près.

$f(x) = 0{,}3(x - 26{,}07) + 0{,}11(26{,}07 - 10{,}225) = 0{,}3x - 7{,}821 + 1{,}742\,95 = 0{,}3x - 6{,}078$, à l'euro près

3. Retrouver le résultat de la question **1.**, à l'aide de la fonction f.

Pour un revenu imposable de 25 000 €, on a $x = 25$. Or $25 \in I_2$, donc $f(25) = 0{,}11 \times 25 - 1{,}125 = 1{,}625$.
Le montant de l'impôt est bien de 1 625 €.

4. Le revenu de Leïla est maintenant de 42 000 €.

a. Déterminer le montant de l'impôt de Leïla.

On a $x = 42$ or $42 \in I_3$ donc $f(42) = 0{,}3 \times 42 - 6{,}078 = 6{,}522$. Le montant de l'impôt est de 6 522 €.

b. Donner le taux marginal et calculer le taux moyen.

Le taux marginal d'imposition est de 30 %. Le taux moyen est $\dfrac{6\,522}{42\,000} \times 100 = 15{,}53$ %.

5. La cheffe de l'entreprise de Leïla lui propose une forte augmentation qui la ferait passer à une tranche supérieure. Leïla hésite car elle sait qu'elle devra alors payer davantage d'impôts. Que peut-on conseiller à Leïla si sa seule contrainte est de maintenir son niveau de vie actuel, c'est-à-dire maintenir ses revenus mensuels en ayant payé ses impôts ?

Ce qui restera à Leïla après impôts sera toujours supérieur à ce qu'elle avait avec un salaire moindre car le taux de la nouvelle tranche est inférieur à 100 %. En revanche, son taux moyen d'imposition sera plus important, donc proportionnellement Leïla paiera plus d'impôts. Elle doit donc accepter cette augmentation.

CHAPITRE 4

Croissance exponentielle

AUTOMATISMES QUESTIONS FLASH

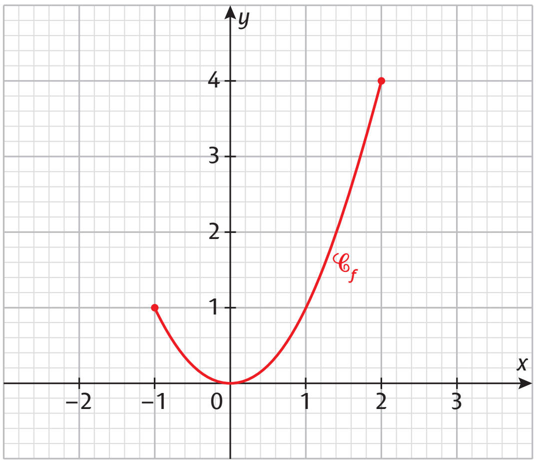
Rituel 1

Appliquer un pourcentage d'augmentation

1 Le prix d'une veste est de 30 euros. Il augmente de 5 %, déterminer le nouveau prix. $30 \times 1{,}05 = 31{,}5$ euros

Estimer graphiquement une valeur atteinte

La courbe d'une fonction f est donnée ci-dessous.



2 Donner le maximum de la fonction et indiquer pour quelle valeur de x il est atteint.

Il vaut 4 et il est atteint en $x = 2$.

3 À partir de quelle valeur a-t-on $f(x) > 1$?

Pour $x > 1$.

Lire sur un graphique les variations d'une grandeur

4 Décrire les variations de la fonction f.

f est décroissante sur $[-1 ; 0]$ et croissante sur $[0 ; 2]$.

Rituel 2

Calculer un taux d'évolution global à partir de taux d'évolution successifs

1 Le PIB d'un pays augmente de 20 % après avoir baissé de 10 %.
Déterminer son évolution globale en pourcentage.

$c_{\text{global}} = 0{,}9 \times 1{,}2 = 1{,}08$

$1{,}08 - 1 = 0{,}08$ donc c'est une hausse de 8 %.

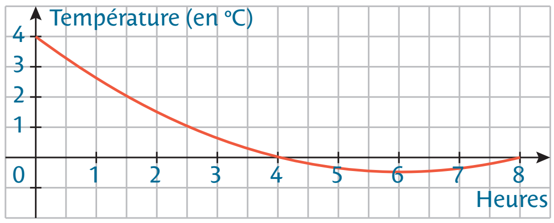
Effectuer des calculs simples avec des pourcentages

2 Un collège compte 440 élèves. 75 % d'entre eux sont demi-pensionnaires.
Déterminer le nombre d'élèves demi-pensionnaires.

$440 \times 0{,}75 = 330$

Préciser sur un graphique les grandeurs en jeu

La courbe ci-dessous donne la température en °C en fonction de l'heure de la journée.



3 Indiquer sur le graphique les grandeurs correspondant à chaque axe.

4 Ces températures ont été relevées entre 0 et 8 h et la température était de 4 °C à 0 h.
Graduer les axes du repère.

Rituel 3

Utiliser un ordre de grandeur pour contrôler un résultat

1 Le prix d'un timbre était de 50 centimes en 2003 et de 1,43 euro en 2022. Jean annonce que cela correspond à une hausse de 83 %.
Discuter de son affirmation, sans calculer.

Le montant du prix du timbre a plus que doublé, donc la hausse est supérieure à 100 % : il doit revoir son calcul.

Effectuer mentalement des calculs simples avec des fractions ou des décimaux

2 Écrire sous la forme d'une fraction irréductible le nombre $a = \frac{1}{6} + \frac{7}{12} - \frac{1}{12}$. $a = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

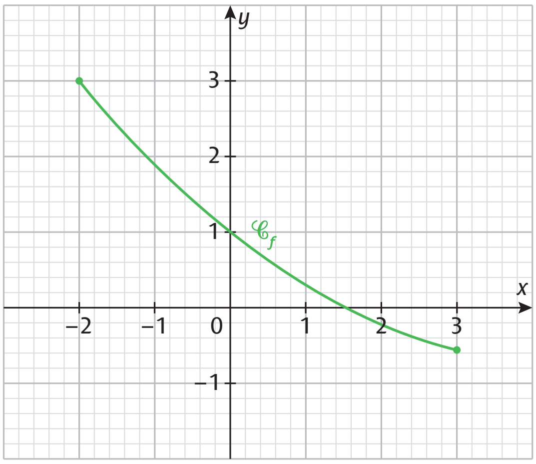
3 Calculer : $0{,}42 \times 5 = 2{,}1$

Résoudre une équation du premier degré

4 Résoudre $5x + 3 = 0$. $x = -\frac{3}{5}$

Rituel 4

La courbe représentative d'une fonction f a été tracée dans le repère ci-dessous.



Lire sur un graphique les variations d'une grandeur

1 Donner les variations de la fonction f.

f est décroissante sur $[-2\ ;\ 3]$.

Estimer graphiquement une valeur atteinte

2 Déterminer à partir de quelle valeur on a $f(x) < 0$.

Pour $x > 1{,}5$.

Effectuer des calculs simples avec des pourcentages

3 La population d'un village de 2 000 habitants diminue de 4 %.
Déterminer combien il compte alors d'habitants.

La population est de 1 920 habitants.

Rituel 5

Calculer un taux d'évolution global à partir de taux d'évolution successifs

1 Le PIB d'un pays augmente de 20 % après avoir baissé de 30 %.
Déterminer son évolution globale en pourcentage.

taux $= 0{,}7 \times 1{,}2 - 1 = -0{,}16$. C'est une baisse de 16 %.

Calculer un taux d'évolution réciproque

2 Le temps d'attente moyen en caisse dans un supermarché a baissé de 50 %.
Déterminer le taux d'évolution à appliquer pour que le temps d'attente reprenne sa valeur de départ.

taux $= \dfrac{1}{0{,}5} - 1 = 1$. Il faudrait une hausse de 100 %.

Résoudre une équation du second degré

3 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = 0{,}25$.

$x = \sqrt{0{,}25} = 0{,}5$ ou $x = -\sqrt{0{,}25} = -0{,}5$.

Rituel 6

Calculer un taux d'évolution global à partir de taux d'évolution successifs

1 Les intentions de vote pour un candidat baissent successivement de 20 % puis de 30 %. Déterminer le taux d'évolution global des intentions de vote.

taux $= 0{,}8 \times 0{,}7 - 1 = -0{,}44$. C'est une baisse de 44 %.

Calculer un taux d'évolution réciproque

2 Un prix augmente de 25 %.
Déterminer le taux d'évolution qu'il doit subir pour revenir à sa valeur de départ.

taux $= \dfrac{1}{1{,}25} - 1 = -0{,}2$. Il faut une baisse de 20 %.

Effectuer mentalement des calculs simples avec des fractions ou des décimaux

3 Simplifier : $\dfrac{6}{35} \times \dfrac{21}{2} = \dfrac{3 \times 2}{7 \times 5} \times \dfrac{3 \times 7}{2} = \dfrac{9}{5}$

4 Calculer : $10{,}2 \times 1{,}5 = 15{,}3$

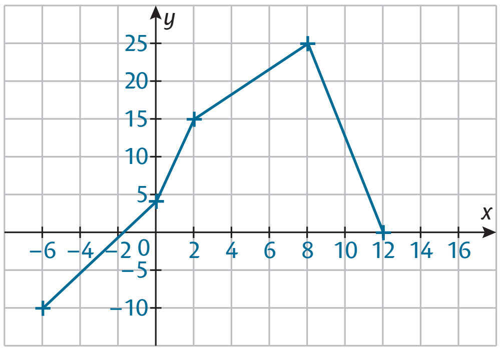
Rituel 7

Préciser sur un graphique les unités

1 Une fonction f a le tableau de valeurs suivant.

x	−6	0	2	8	12
$f(x)$	−10	4	15	25	0

Graduer les axes du repère ci-dessous et placer les points de la courbe correspondants à la fonction f. En tracer une courbe représentative possible.



Résoudre une équation du premier degré

2 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $3x + 4 = 5x - 10$.

$3x + 4 = 5x - 10 \Leftrightarrow 2x = 14 \Leftrightarrow x = 7$

Calculer un taux d'évolution réciproque

3 La fréquentation d'une piscine augmente de 60 %.
Quelle évolution en pourcentage doit-elle subir pour revenir à son niveau initial ?

$c_{\text{réciproque}} = \dfrac{1}{1{,}6} = 0{,}625$

$0{,}625 - 1 = -0{,}375$ donc c'est une baisse de 37,5 %.

L'essentiel

Suites géométriques

Définition

- On dit qu'une suite u est une suite **géométrique** s'il existe un nombre réel q tel que $u(n+1) = q \times u(n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Autrement dit, on passe d'un terme de la suite au suivant en le multipliant par q.
- q est appelé la **raison** de la suite.

Terme de rang n (ou terme général) d'une suite géométrique

Soient n entier et q réel. On considère une suite u géométrique de raison q. Alors :

- $u(n) = u(0) \times q^n$ • $u(n) = u(1) \times q^{n-1}$

Sens de variation

Soit u une suite géométrique de raison q et de **terme initial positif**.

- Si $0 < q < 1$, alors u est **décroissante**.
- Si $q > 1$, alors u est **croissante**.

▸ Fiches 32 à 35, 39 à 42

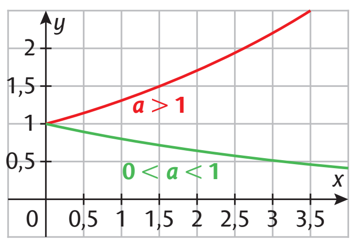
Fonctions exponentielles

Définition

Soit $a > 0$. On appelle **fonction exponentielle de base a** la fonction définie sur $\mathbb{R}+$ par $f(x) = a^x$.

Propriétés

- La courbe représentative d'une fonction exponentielle de base a passe par le point de coordonnées $(0 ; 1)$.
- Si $0 < a < 1$, la fonction exponentielle de base a est **strictement décroissante** sur $\mathbb{R}+$.
- Si $a > 1$, la fonction exponentielle de base a est **strictement croissante** sur $\mathbb{R}+$.



▸ Fiches 37, 41 et 42

Propriétés des fonctions a^x

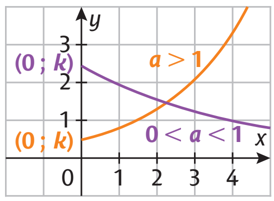
Propriétés algébriques

Soient a et b deux réels strictement positifs, et x et y deux réels positifs. Alors :

- $a^x \times a^y = a^{x+y}$
- $\dfrac{a^x}{b^x} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^x$
- $a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$
- $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
- $(a^x)^y = a^{x \times y}$
- $a^x \times b^x = (a \times b)^x$

Sens de variation et courbe représentative

- Soient $k > 0$, $a > 0$ et f définie sur $\mathbb{R}+$ par $f(x) = k \times a^x$. Alors sa courbe représentative passe par le point de coordonnées $(0 ; k)$.
- Si $a > 1$, f est **strictement croissante** sur $\mathbb{R}+$.
- Si $0 < a < 1$, f est **strictement décroissante** sur $\mathbb{R}+$.



▸ Fiches 36, 38, 41 et 42

Croissance exponentielle

Définition

Une quantité suit une **croissance exponentielle** si le **quotient** des évolutions entre deux nombres ayant le même écart est **constant**.

Propriété

Les suites géométriques et les fonctions $x \mapsto k \times a^x$ sont caractéristiques d'une croissance exponentielle.

▸ Fiches 39 et 40

$a^{\frac{1}{n}}$ et taux d'évolution moyen

- Si $a > 0$, l'équation $x^n = a$ possède une **unique solution** dans $[0 ; +\infty[$ que l'on note $a^{\frac{1}{n}}$.
- On suppose qu'au cours de n périodes, le taux d'évolution d'une quantité est t_{global}.

Alors le taux d'évolution moyen par période est

$$t_{\text{moyen}} = \left(c_{\text{global}}\right)^{\frac{1}{n}} - 1 = \left(1 + t_{\text{global}}\right)^{\frac{1}{n}} - 1.$$

▸ Fiches 43 et 44

FICHE 32

Calcul d'un terme d'une suite géométrique

EXERCICE CORRIGÉ

1. u est une suite géométrique de raison 3 et de terme initial $u(0) = 4$. Déterminer $u(2)$.

2. v est une suite géométrique définie, pour $n \in \mathbb{N}$, par $v(n) = 4 \times 1{,}2^n$. Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} de $v(5)$.

CORRECTION

1. $u(1) = 3 \times u(0) = 3 \times 4 = 12$
Puis $u(2) = 3 \times u(1) = 3 \times 12 = 36$.

2. $v(5) = 4 \times 1{,}2^5 \approx 9{,}95$

1 Soit u la suite géométrique de raison 3 avec $u(0) = 2$. Déterminer $u(1)$ et $u(2)$.

$u(1) = 3 \times u(0) = 3 \times 2 = 6$

$u(2) = 3 \times u(1) = 3 \times 6 = 18$

2 Déterminer les quatre premiers termes de la suite u qui est géométrique de raison -2 avec $u(0) = 0{,}5$.

$u(0) = 0{,}5$; $u(1) = 0{,}5 \times (-2) = -1$;

$u(2) = 2$ et $u(3) = -4$.

3 On considère la suite w définie par $w(0) = 20$ et $w(n+1) = 4w(n)$ pour $n \in \mathbb{N}$.

1. Expliquer pourquoi la suite w est géométrique.

w est géométrique de raison 4 par définition d'une suite géométrique : on passe d'un terme de la suite au suivant en le multipliant par 4.

2. Préciser le terme initial de la suite w.

Son terme initial est $w(0) = 20$.

3. Déterminer $w(2)$.

$w(1) = 80$ et $w(2) = 320$.

4 Soit la suite r définie par $r(n) = 2 \times 3^n$ pour $n \geqslant 1$.

1. Déterminer $r(1)$, $r(2)$, $r(3)$ et $r(4)$.

$r(1) = 2 \times 3^1 = 6$; $r(2) = 2 \times 3^2 = 18$;

$r(3) = 2 \times 3^3 = 54$ et $r(4) = 2 \times 3^4 = 162$.

2. Expliquer pourquoi la suite r semble géométrique.

On passe d'un terme de la suite au suivant en le multipliant par 3 donc r semble géométrique de raison 3.

5 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).
Soit u géométrique de raison 4 et de terme initial $u(0) = 1$.
$u(3)$ est égal à : ☐ 4 ☐ 16 ☑ 64 ☐ 256

6 Soit v la suite géométrique de raison 5 telle que $v(3) = 4$. Déterminer $v(5)$.

$v(4) = 5 \times v(3) = 5 \times 4 = 20$ et

$v(5) = 5 \times 20 = 100$.

7 Soit w la suite géométrique de raison 2 telle que $w(2) = 10$. Déterminer $w(3)$ et $w(1)$.

$w(3) = 10 \times 2 = 20$

$w(1) = \dfrac{10}{2} = 5$

8 Soit la suite v de premier terme $v(1) = 750$ et dont chaque terme est obtenu en divisant le précédent par 5. Expliquer pourquoi v est géométrique et donner sa raison.

Diviser par 5 revient à multiplier par $\dfrac{1}{5} = 0{,}2$ donc v est géométrique de raison 0,2.

9 Un agriculteur observe l'évolution d'une population de sangliers dans une zone. Il en compte 250 en 2018 et 300 en 2019. Il décide de modéliser l'évolution du nombre de sangliers chaque année par la suite u géométrique de raison 1,2 et de terme initial $u(0) = 250$.

1. Calculer les cinq premiers termes de la suite.

$u(0) = 250$; $u(1) = 300$; $u(2) = 360$; $u(3) = 432$ et $u(4) \approx 518$.

2. L'agriculteur compte 460 sangliers en 2022. A-t-il eu raison de modéliser l'évolution de la population de sangliers par cette suite géométrique ?

Non, car selon la suite géométrique il y aurait dû y avoir près de 520 sangliers en 2022.

10 🏆 u est une suite géométrique telle que $u_2 = 5$ et $u_4 = 45$. Déterminer les valeurs possibles pour u_3.

$\dfrac{45}{5} = 9$ donc la raison est solution de $q^2 = 9$ donc $q = 3$ ou $q = -3$. On en déduit $u_3 = 15$ ou $u_3 = -15$.

Terme de rang n d'une suite géométrique

EXERCICE CORRIGÉ

u est une suite géométrique de terme initial $u(0) = 5$ et de raison 3 et v est une suite géométrique de terme initial $v(1) = 10$ et de raison 0,5. Déterminer une expression du terme de rang n des suites u et v.

CORRECTION

$u(n) = u(0) \times q^n = 5 \times 3^n$
$v(n) = v(1) \times q^{n-1} = 10 \times 0{,}5^{n-1}$

1 Donner le terme de rang n des suites suivantes.

1. u géométrique de raison 4 avec $u(0) = 3$.

$u(n) = 3 \times 4^n$

2. v géométrique de raison 0,75 avec $v(0) = 20$.

$v(n) = 20 \times 0{,}75^n$

3. w géométrique de raison 4 avec $w(1) = 5$.

$w(n) = 5 \times 4^{n-1}$

4. r géométrique de raison $\frac{1}{3}$ avec $r(1) = 3$.

$r(n) = 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

2 Pour chacune des suites u, exprimer $u(n)$ en fonction de n.

1. $u(0) = 3$ et $u(n + 1) = 7u(n)$ pour $n \geqslant 0$.

$u(n) = 3 \times 7^n$

2. $u(1) = 7$ et $u(n + 1) = -2u(n)$ pour $n \geqslant 1$.

$u(n) = 7 \times (-2)^{n-1}$

3. $u(0) = 2$ et $u(n + 1) = 0{,}5u(n)$ pour $n \geqslant 0$.

$u(n) = 2 \times 0{,}5^n$

4. $u(1) = 0{,}5$ et $u(n + 1) = \dfrac{u(n)}{10}$ pour $n \geqslant 1$.

$u(n) = 0{,}5 \times \left(\frac{1}{10}\right)^{n-1} = 0{,}5 \times 0{,}1^{n-1}$

3 Donner le terme de rang n de chacune des suites u.

1. $u(n + 1) = 5u(n)$ pour $n \geqslant 0$ et $u(0) = 2$.

$u(n) = 2 \times 5^n$

2. $u(n+1) = 0{,}4u(n)$ pour $n \geqslant 1$ et $u(1) = 5$.

$u(n) = 5 \times 0{,}4^{n-1}$

4 Soit u une suite géométrique de raison 2 et de terme initial $u(0) = 0{,}001$. Calculer $u(20)$.

On a $u(n) = 0{,}001 \times 2^n$.

Alors $u(20) = 0{,}001 \times 2^{20} = 1\,048{,}576$.

5 Soit u la suite définie par $u(n + 1) = 0{,}5u(n)$ pour $n \geqslant 0$ et $u(1) = 100$. Calculer $u(10)$ en arrondissant à 10^{-2}.

On a $u(n) = 100 \times 0{,}5^{n-1}$.

Alors $u(10) = 100 \times 0{,}5^{10-1} = 100 \times 0{,}5^9 \approx 0{,}20$.

6 Un nénuphar a un diamètre de 5 cm. Il double de taille chaque jour. On note $u(n)$ le diamètre (en centimètres) au bout de n jours.

1. Justifier que la suite u est géométrique et en donner la raison et le premier terme.

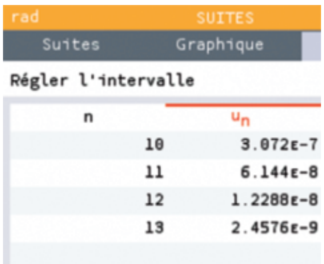
On passe d'un terme de la suite au suivant en le multipliant par 2 donc u est géométrique de raison 2 et de premier terme $u(0) = 5$.

2. Déterminer une expression de $u(n)$ en fonction de n.

$u(n) = 5 \times 2^n$

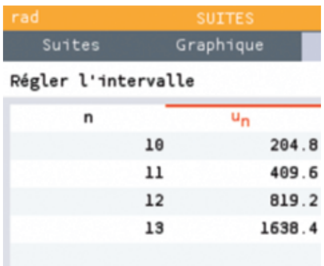
7 Cocher la bonne case. **Vrai** **Faux**

a. Cette capture d'écran donne un tableau de valeurs de la suite géométrique de terme de rang n $u(n) = 3 \times 0{,}2^n$. Vrai ☑ Faux ☐



n	u_n
10	3.072E-7
11	6.144E-8
12	1.2288E-8
13	2.4576E-9

b. Cette capture d'écran donne un tableau de valeurs de la suite géométrique de raison 2 et de premier terme $u(0) = 0{,}1$. Vrai ☐ Faux ☑



n	u_n
10	204.8
11	409.6
12	819.2
13	1638.4

8 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. Soit (u_n) la suite géométrique de raison 4 et de terme initial $u_1 = 8$.

Alors $u_n =$ ☑ 2×4^n ☐ 4×8^n ☐ 4^{n+1} ☐ $4 \times 8^{n-1}$

b. Soit (u_n) géométrique de raison z^2 avec $u_0 = 2$.

Alors $u_n =$ ☑ $2 \times z^{2n}$ ☐ $z^2 \times 2^n$ ☐ $(2z)^n$ ☐ $2 \times z^{n+2}$

Représentation d'une suite géométrique

EXERCICE CORRIGÉ

On considère la suite u géométrique de raison 1,4 et de terme initial $u(0) = 1$.

1. Calculer $u(1)$, $u(2)$, $u(3)$ et $u(4)$.

2. Représenter les termes dans un repère.

CORRECTION

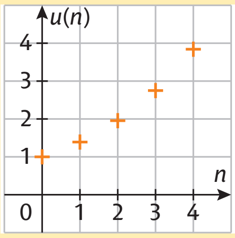
1. $u(1) = 1 \times 1{,}4 = 1{,}4$

$u(2) = 1{,}4 \times 1{,}4 = 1{,}96$

$u(3) = 1{,}96 \times 1{,}4 = 2{,}744$

$u(4) = 2{,}744 \times 1{,}4 = 3{,}8416$

2.



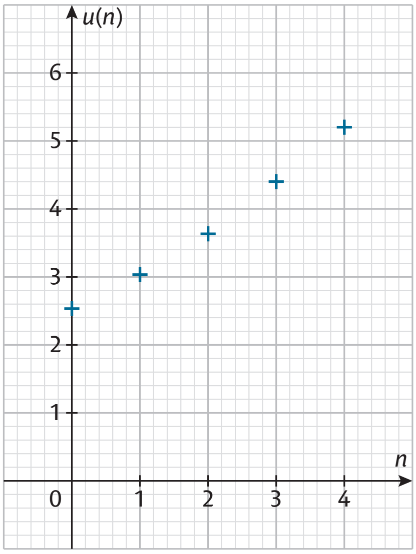
1 Soit u définie par $u(n) = 2{,}5 \times 1{,}2^n$ pour $n \geqslant 0$.

1. Déterminer $u(0)$, $u(1)$, $u(2)$, $u(3)$ et $u(4)$.

$u(0) = 2{,}5$; $u(1) = 3$; $u(2) = 3{,}6$;

$u(3) = 4{,}32$ et $u(4) = 5{,}184$.

2. Construire le nuage de points associé à la suite u dans le repère ci-dessous.

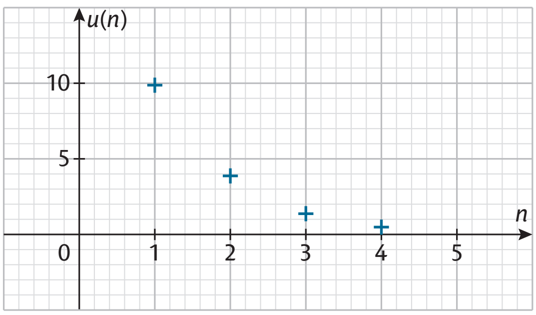


2 Soit u la suite définie par $u(1) = 10$ et $u(n + 1) = 0{,}4u(n)$.

1. Donner la nature de la suite u.

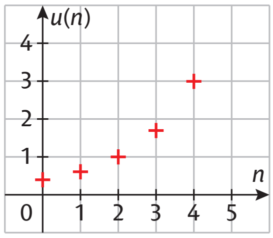
u est géométrique de raison 0,4.

2. Représenter les quatre premiers termes de la suite u dans le repère ci-dessous.



3 **Cocher la bonne case.**

Soit u une suite dont les premiers termes sont représentés dans le repère ci-contre.



	Vrai	Faux
a. $u(1) = 2$	☐	☑
b. La plus petite valeur de n telle que $u(n) > 2$ est 3.	☐	☑
c. Si $n < 2$, alors $u(n) < 3$.	☑	☐

4 On considère les deux suites suivantes :

• (u_n) définie par $u_0 = 10$ et $u_{n+1} = 0{,}8u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$;

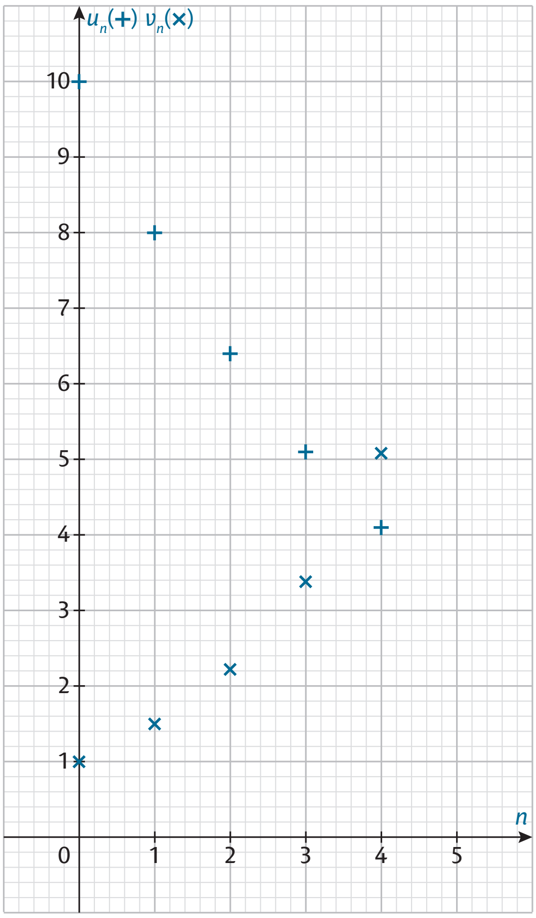
• (v_n) définie par $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 1{,}5v_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Calculer les cinq premiers termes de chaque suite.

$u_0 = 10$; $u_1 = 8$; $u_2 = 6{,}4$; $u_3 = 5{,}12$ et $u_4 = 4{,}096$

$v_0 = 1$; $v_1 = 1{,}5$; $v_2 = 2{,}25$; $v_3 = 3{,}375$ et $v_4 = 5{,}0625$

2. Construire les nuages de points représentant les deux suites précédentes dans le repère ci-dessous.



3. Déterminer la première valeur de n telle que $u_n < v_n$.

C'est à partir de $n = 4$.

Sens de variation d'une suite géométrique

EXERCICE CORRIGÉ

Soit u la suite géométrique de raison 10 et de terme initial $u(1) = 2$ et soit v définie par $v(0) = 2$ et $v(n+1) = 0{,}7v(n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
Déterminer en justifiant le sens de variation des deux suites.

CORRECTION

- $u(1) > 0$ et $10 > 1$ donc u est une suite croissante.
- v est géométrique de terme initial $v(0) = 2$ et de raison 0,7.

$v(0) > 0$ et $0 < 0{,}7 < 1$ donc v est décroissante.

1 Déterminer en justifiant le sens de variation des suites :

a. u géométrique de raison 3 avec $u(0) = 4$.

La raison de la suite est 3 ; on a $u(0) > 0$ et $3 > 1$ donc u est croissante.

b. v géométrique de raison 0,3 avec $v(1) = 7$.

La raison de la suite est 0,3 ; on a $v(1) > 0$ et $0 < 0{,}3 < 1$ donc v est décroissante.

2 Déterminer le sens de variation des suites u définies par :

a. $u(0) = 3$ et $u(n+1) = 0{,}99u(n)$ pour $n \geqslant 0$.

u est ici géométrique de raison 0,99. On a $u(0) > 0$ et $0 < 0{,}99 < 1$ donc u est décroissante.

b. $u(1) = 2$ et $u(n+1) = \frac{3}{2}u(n)$ pour $n \geqslant 1$.

u est ici géométrique de raison $\frac{3}{2}$. On a $u(1) > 0$ et $\frac{3}{2} > 1$ donc u est croissante.

3 Soit u la suite géométrique de raison $\frac{2}{3}$ et de premier terme $u(0) = 486$.

1. Donner son terme de rang n et en déduire $u(5)$.

$u(n) = u(0) \times q^n = 486 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$ donc

$u(5) = 486 \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 = 64.$

2. Déterminer le sens de variation de la suite $u(n)$.

$486 > 0$ et $0 < \frac{2}{3} < 1$ donc la suite est décroissante.

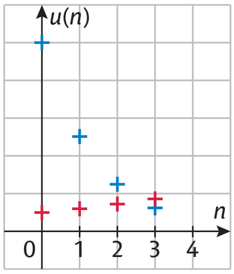
3. Justifier que $u(n) \leqslant 64$ pour tout $n \geqslant 5$.

$u(5) = 64$ et u est décroissante donc $u(n) \leqslant 64$ pour tout $n \geqslant 5$.

4 Cocher la bonne case.

	Vrai	Faux
a. La suite u géométrique de raison 5 avec $u(0) = 4$ est croissante.	☑	☐
b. La suite v géométrique de raison $\frac{4}{5}$ avec $v(1) = 10$ est décroissante.	☑	☐
c. La suite w, définie par $w(0) = 5$ et pour $n \geqslant 0$ $w(n+1) = \sqrt{5}w(n)$, est décroissante.	☐	☑
d. La suite t définie par $t(n+1) = 1{,}012\,t(n)$ et $t(1) = 99$ pour $n \geqslant 1$ est décroissante.	☐	☑

5 Les nuages de points de deux suites u et v sont représentés dans le repère ci-contre.
On sait de plus que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u(n+1) = \frac{u(n)}{2}$ et $v(n+1) = 1{,}2v(n)$.
Associer chaque suite à son nuage de points.



Les termes initiaux des deux suites sont positifs.
u est géométrique de raison $\frac{1}{2}$ donc décroissante : son nuage de points est celui en bleu.
v est géométrique de raison 1,2 donc croissante : son nuage de points est celui en rouge.

6 Soit (u_n) la suite géométrique de raison 2 et de premier terme $u_0 = -1$.

1. Calculer u_1 et u_2.

$u_1 = -2$ et $u_2 = -4$.

2. Conjecturer le sens de variation de la suite (u_n).

(u_n) semble décroissante.

3. Soit (v_n) la suite définie par $v_n = -u_n$.
Justifier que (v_n) est géométrique puis démontrer la conjecture réalisée à la question précédente.

$v_{n+1} = -u_{n+1} = -2u_n = 2v_n$ donc (v_n) est géométrique de raison 2 avec $v_0 = 1$ donc (v_n) est croissante.
On a, pour tout entier n, $v_{n+1} \geqslant v_n$, c'est-à-dire $-u_{n+1} \geqslant -u_n$ donc $u_{n+1} \leqslant u_n$.
(u_n) est donc décroissante.

Propriétés de a^x

EXERCICE CORRIGÉ

Soit f la fonction définie par $f(x) = 1{,}5^x$ pour $x \geqslant 0$.

1. Calculer $f(3)$.

2. Déterminer le sens de variation de f.

3. Simplifier $1{,}5^{2{,}3} \times 1{,}5^{1{,}7}$ et $\dfrac{(1{,}5^{1{,}4})^2}{1{,}5^{0{,}8}}$.

CORRECTION

1. $f(3) = 1{,}5^3 = 3{,}375$

2. $1{,}5 > 1$ donc f est croissante sur $[0\,;+\infty[$.

3. $1{,}5^{2{,}3} \times 1{,}5^{1{,}7} = 1{,}5^{2{,}3+1{,}7} = 1{,}5^4$

et $\dfrac{(1{,}5^{1{,}4})^2}{1{,}5^{0{,}8}} = \dfrac{1{,}5^{1{,}4\times 2}}{1{,}5^{0{,}8}} = \dfrac{1{,}5^{2{,}8}}{1{,}5^{0{,}8}} = 1{,}5^{2{,}8-0{,}8} = 1{,}5^2$.

1 Simplifier les expressions suivantes.

1. $2^4 \times 2^{1{,}5} = 2^{5{,}5}$

2. $\dfrac{3^5}{3^{3{,}5}} = 3^{1{,}5}$

3. $(0{,}6^{0{,}2})^{15} = 0{,}6^3$

4. $0{,}8^x \times 5^x = 4^x$

5. $\dfrac{4{,}5^{3{,}5}}{1{,}5^{3{,}5}} = 3^{3{,}5}$

6. $z^2 \times z^{1{,}4} = z^{3{,}4}$

2 Écrire les nombres suivants sous la forme a^x, où a est un nombre entier.

1. $7^{3{,}1} \times 3^{3{,}1} = 21^{3{,}1}$

2. $4 \times 2^{-2{,}3} = 2^2 \times 2^{-2{,}3} = 2^{-0{,}3}$

3. $5 \times \dfrac{5^{2{,}1}}{5^{1{,}5}} = 5^{1{,}6}$

4. $\dfrac{6^{4{,}6}}{2^{4{,}6}} = 3^{4{,}6}$

5. $4^3 \times (4^{2{,}1})^2 = 4^{7{,}2}$

6. $\dfrac{13^{3{,}1} \times 13}{13^{4{,}2}} = 13^{-0{,}1}$

3 Écrire les nombres suivants sous la forme a^x, avec $a > 0$.

1. $6^{1{,}1} \times 6^{3{,}5} = 6^{4{,}6}$

2. $\dfrac{2}{2^{4{,}5}} \times 2^{4{,}9} = 2^{1{,}4}$

3. $5^{9{,}1} \times (5^{-0{,}7})^4 = 5^{6{,}3}$

4. $\dfrac{7^{4{,}6}}{8^{4{,}6}} \times 3^{4{,}6} = \left(\dfrac{21}{8}\right)^{4{,}6}$

5. $4^3 \times \left(2^{2{,}1}\right)^2 = 2^{10{,}2}$

6. $\dfrac{1{,}2^{3{,}1} \times 1{,}2}{1{,}2^4} = 1{,}2^{0{,}1}$

4 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. $4 \times 4^{2{,}5} =$ ☐ $4^{2{,}5}$ ☐ $16^{2{,}5}$ ☑ $4^{3{,}5}$ ☐ 4^{10}

b. $a^x \times b^x \times c^x =$ ☑ $(abc)^x$ ☐ $(a+b+c)^x$ ☐ $(abc)^{3x}$ ☐ $(a+b+c)^{3x}$

c. $\dfrac{a^{2{,}1}}{5^{2{,}3}} \times 5^{4{,}4} =$ ☐ $a^{4{,}2}$ ☑ $a^{2{,}1} \times 5^{2{,}1}$ ☐ $a^{4{,}2} \times 5$ ☑ $(5a)^{2{,}1}$

5 Donner le sens de variation des fonctions f, g, h et k définies sur $\mathbb{R}+$ par :

a. $f(x) = 3^x$

$3 > 1$ donc f est croissante sur $\mathbb{R}+$.

b. $g(x) = 0{,}4^x$

$0 < 0{,}4 < 1$ donc g est décroissante sur $\mathbb{R}+$.

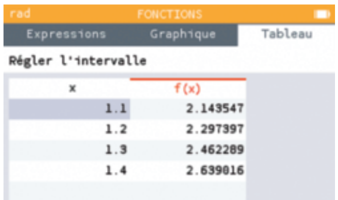
c. $h(x) = \left(\dfrac{2}{3}\right)^x$

$0 < \dfrac{2}{3} < 1$ donc h est décroissante sur $\mathbb{R}+$.

d. $k(x) = 4^x$

$4 > 1$ donc k est croissante sur $\mathbb{R}+$.

6 Voici le tableau de valeurs d'une fonction.



x	f(x)
1.1	2.143547
1.2	2.297397
1.3	2.462289
1.4	2.639016

1. Cocher la réponse exacte.

Son expression est :

☐ 3^x ☑ 2^x ☐ $0{,}9^x$

2. Justifier.

La dernière expression est celle d'une fonction décroissante, elle ne peut pas convenir. En tabulant l'une des deux premières à la calculatrice, on s'aperçoit que seule la deuxième convient : 2^x.

7 🏆 Soient f, g et h les fonctions définies sur $\mathbb{R}+$ par $f(x) = 2^x$, $g(x) = 0{,}8^x$ et $h(x) = f(x) \times g(x)$.

1. Calculer $f(2)$ et $g(3)$.

$f(2) = 4$ et $g(3) = 0{,}512$.

2. Calculer $f(2{,}3) \times g(2)$.

$f(2{,}3) \times g(2) = 2^{2{,}3} \times 0{,}8^2$

3. Déterminer le sens de variation des fonctions f, g et h.

$2 > 1$ donc f est croissante sur $\mathbb{R}+$.

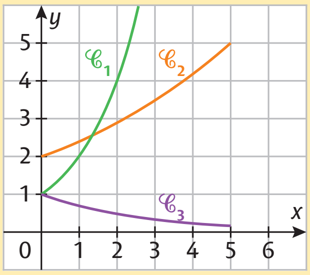
$0 < 0{,}8 < 1$ donc g est décroissante sur $\mathbb{R}+$.

$h(x) = 1{,}6^x$ et $1{,}6 > 1$ donc h est croissante sur $\mathbb{R}+$.

Représentation graphique de $x \mapsto a^x$

EXERCICE CORRIGÉ

1. Soit f définie sur [0 ; 2] par $f(x) = 0{,}6^x$. Tracer l'allure de la courbe représentative de f dans un repère.
2. Soit g définie sur $\mathbb{R}+$ par $g(x) = 2^x$. Associer à g sa courbe représentative parmi les trois suivantes :



CORRECTION

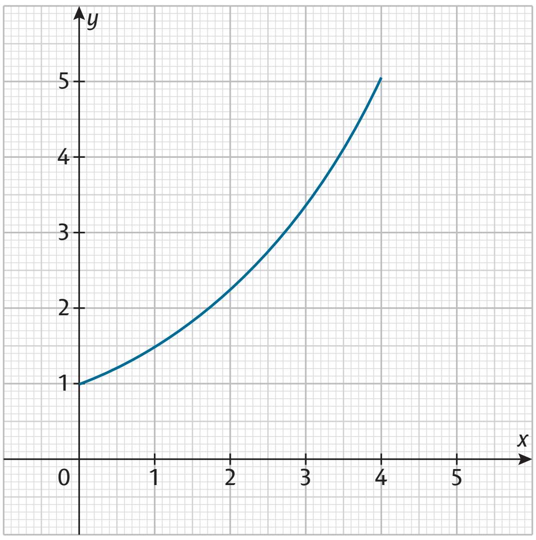
1.

2. g est une fonction croissante et $g(0) = 1$ donc la seule courbe possible est la courbe $\mathscr{C}_1$.

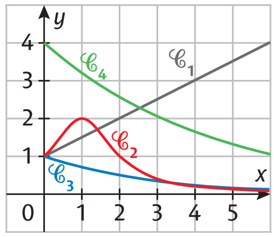
1 Soit f la fonction définie sur [0 ; 4] par $f(x) = 1{,}5^x$.
1. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous, en arrondissant si besoin les résultats au dixième.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$	1	1,2	1,5	1,8	2,3	2,8	3,4	4,1	5,1

2. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le repère ci-dessous.



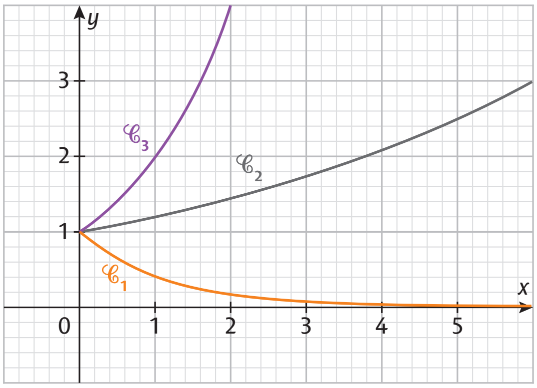
2 Indiquer les courbes qui ne peuvent pas être représentatives d'une fonction de la forme $x \mapsto a^x$.



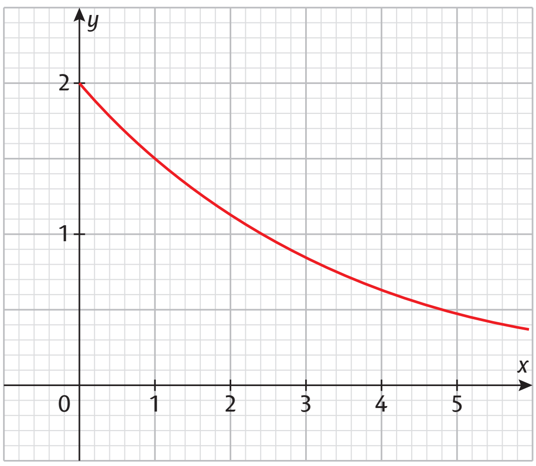
$\mathscr{C}_1$ car c'est une droite et représente donc une fonction affine. $\mathscr{C}_2$ car elle représente une fonction qui n'est pas monotone. $\mathscr{C}_4$ car elle représente une fonction dont l'image de 0 n'est pas égale à 1.

3 **Relier chaque courbe à sa fonction.**

$f : x \mapsto 0{,}4^x$ — $\mathscr{C}_1$
$g : x \mapsto 2^x$ — $\mathscr{C}_3$
$h : x \mapsto 1{,}2^x$ — $\mathscr{C}_2$



4 f est une fonction de la forme $x \mapsto k \times a^x$, dont on donne la représentation graphique dans le repère ci-dessous. Déterminer les valeurs de k et de a.



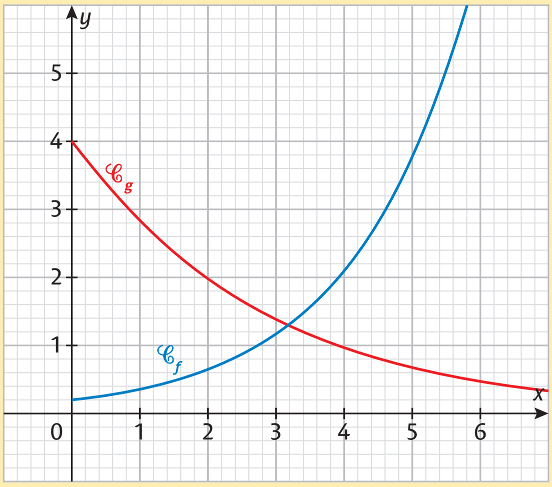
$f(0) = 2$ et $f(0) = k$ donc $k = 2$.
De plus, $f(1) = 1{,}5$ et $f(1) = k \times a^1 = 2a$ donc
$a = \dfrac{1{,}5}{2} = 0{,}75$. Finalement, $f(x) = 2 \times 0{,}75^x$.

Représentation graphique de $x \mapsto k \times a^x$

EXERCICE CORRIGÉ

Tracer les courbes des fonctions f et g définies sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = 0{,}2 \times 1{,}8^x$ et $g(x) = 4 \times 0{,}7^x$.

CORRECTION



1 On considère les fonctions f et g définies par $f(x) = 3 \times \left(\dfrac{4}{5}\right)^x$ et $g(x) = 0{,}5 \times 1{,}4^x$ sur $[0\,;7]$.

1. Déterminer le sens de variation des fonctions f et g.

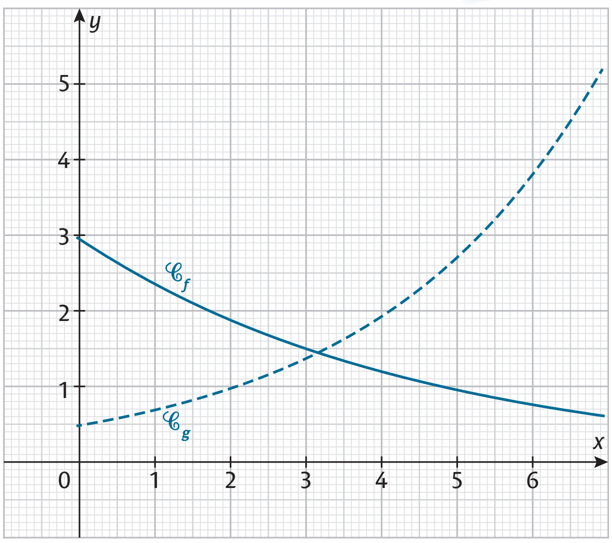
$3 > 0$ et $0 < \dfrac{4}{5} < 1$ donc f est décroissante sur $[0\,;7]$.
$0{,}5 > 0$ et $1{,}4 > 1$ donc g est croissante sur $[0\,;7]$.

2. Compléter le tableau de valeurs suivant en arrondissant si besoin les valeurs à 10^{-1} près.

x	0	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$	3	2,4	1,9	1,5	1,2	1,0	0,8	0,6
$g(x)$	0,5	0,7	1,0	1,4	1,9	2,7	3,8	5,3

3. Tracer dans le repère ci-dessous les courbes des deux fonctions.

Vérifier l'allure des courbes grâce à la question 1.

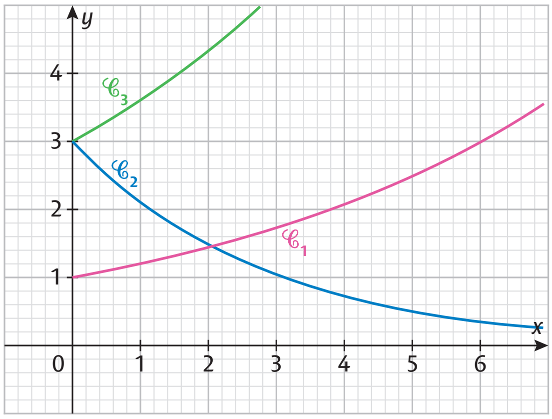


2 Relier chaque courbe à l'expression de la fonction correspondante.

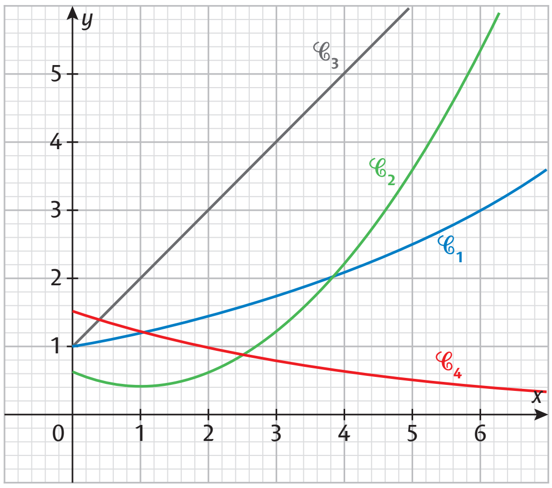
$f(x) = 3 \times 0{,}7^x$ • • $\mathscr{C}_1$

$g(x) = 3 \times 1{,}2^x$ • • $\mathscr{C}_2$

$h(x) = 1{,}2^x$ • • $\mathscr{C}_3$



3 Parmi les courbes tracées dans le repère ci-dessous, indiquer lesquelles ne peuvent pas représenter une fonction f de la forme $x \mapsto k \times a^x$.



$\mathscr{C}_3$ car c'est une droite et représente donc une fonction affine. $\mathscr{C}_2$ car elle représente une fonction qui n'est pas monotone, qui ne peut donc pas être une fonction exponentielle.

4 On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}+$ par $f(x) = 8 \times 0{,}5^x$ et $g(x) = 0{,}1 \times 1{,}5^x$.

1. Afficher les courbes de f et de g à la calculatrice.

2. Déterminer à partir de quelle valeur entière de x on a $f(x) < g(x)$.

$f(x) < g(x)$ à partir de $x = 4$.

Croissance exponentielle

EXERCICE CORRIGÉ

Jeanne dispose de 2 000 euros d'épargne. Sa banque lui propose deux placements possibles. Indiquer s'ils correspondent à une croissance exponentielle.

a. Chaque année, 100 euros sont ajoutés au compte.

b. Chaque année, l'épargne disponible augmente de 4 %.

CORRECTION

a. Elle disposerait de 2 000 euros puis de 2 100 euros et de 2 200 euros ; or $\frac{2\,200}{2\,100} \neq \frac{2\,100}{2\,000}$ donc chaque année le montant n'est pas multiplié par le même nombre, ce qui ne correspond pas à une croissance exponentielle.

b. Augmenter de 4 % revient à multiplier par $1 + \frac{4}{100} = 1{,}04$. Le deuxième placement conduira à multiplier chaque année la somme disponible par 1,04, ce qui correspond à une croissance exponentielle.

1 **Cocher la bonne case.** Les nombres de cette liste suivent-ils une croissance exponentielle ?

	Oui	Non
a. 1 ; 2 ; 4 ; 6	☐	☑
b. 1 ; 3 ; 9 ; 27	☑	☐
c. 1 ; –2 ; 4 ; 8	☐	☑
d. 192 ; 48 ; 12	☑	☐

2 Indiquer dans chacun des cas suivants si la situation correspond à une croissance linéaire ou exponentielle.

1. Le salaire d'Angela augmente de 1 % chaque année.

On multiplie par 1,01 chaque année donc la croissance est exponentielle.

2. Rosa verse chaque mois 50 euros sur son livret d'épargne.

On ajoute 50 euros chaque mois donc la croissance est linéaire.

3. Le nombre de lentilles d'eau d'un lac double au bout de chaque semaine.

On multiplie par 2 chaque semaine donc la croissance est exponentielle.

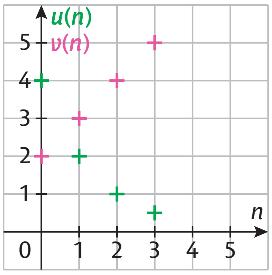
4. Le taux de chômage d'un pays augmente d'un point au bout de chaque année.

On ajoute 1 point chaque année donc la croissance est linéaire.

5. Chaque année, Mike finit par diviser par deux sa quantité de déchets ménagers rejetés.

On divise par 2 c'est-à-dire qu'on multiplie par $\frac{1}{2}$ chaque année donc la croissance est exponentielle.

3 Les premiers termes de deux suites sont représentés dans le repère ci-dessous.



Indiquer quelle suite peut présenter une croissance exponentielle. Justifier.

• Les points du nuage de v sont alignés : ils ne peuvent pas représenter une croissance exponentielle, mais une croissance linéaire.

• $\frac{u(1)}{u(0)} = \frac{2}{4} = 0{,}5$ et $\frac{u(2)}{u(1)} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ et $\frac{u(3)}{u(2)} = \frac{0{,}5}{1} = 0{,}5$.
u pourrait donc être géométrique de raison 0,5 et présenter une croissance exponentielle.

4 On cherche à estimer la présence de microbes en observant l'absorbance d'une préparation.
Les données conduisent à modéliser l'absorbance au bout de t minutes par $f(t) = 1{,}2 \times 1{,}05^t$.

1. Calculer l'absorbance à l'instant 0 puis au bout de 2 et de 4 minutes.

$f(0) = 1{,}2 \times 1{,}05^0 = 1{,}2$

$f(2) = 1{,}2 \times 1{,}05^2 = 1{,}323$

$f(4) = 1{,}2 \times 1{,}05^4 = 1{,}458\,607\,5$

2. Pourquoi peut-on penser que l'absorbance suit bien une croissance exponentielle ?

On a $\frac{f(4)}{f(2)} = 1{,}1025$ et $\frac{f(2)}{f(0)} = 1{,}102\,5$ donc l'absorbance peut bien suivre une croissance exponentielle.

5 On reprend la situation de l'exercice précédent.

1. Exprimer $\frac{f(t+h)}{f(t)}$ en fonction de h.

$\frac{f(t+h)}{f(t)} = \frac{1{,}2 \times 1{,}05^{t+h}}{1{,}2 \times 1{,}05^t} = \frac{1{,}05^{t+h}}{1{,}05^t} = 1{,}05^{t+h-t} = 1{,}05^h$

2. Que vient-on de justifier ?

On vient de montrer que sur chaque intervalle de h minutes, l'absorbance est multipliée par $1{,}05^h$ autrement dit qu'elle suit bien une croissance exponentielle.

Modélisation de croissance exponentielle

EXERCICE CORRIGÉ

Une ville compte 30 000 habitants. Sa population augmente de 1 % par an. On note $u(n)$ la population de la ville au bout de n années.

1. Déterminer la nature de la suite u. Préciser le premier terme et la raison.

2. Donner l'expression de $u(n)$ en fonction de n.

CORRECTION

1. Augmenter de 1 % revient à multiplier par $1+\dfrac{1}{100}=1{,}01$. Chaque année, la population est multipliée par 1,01 donc u est géométrique de raison 1,01 et de premier terme $u(0) = 30\,000$.

2. $u(n) = 30\,000 \times 1{,}01^n$

1 Un étang compte 10 poissons rouges. Chaque mois, la population de poissons rouges double.

1. Modéliser l'évolution de la population de poissons rouges à l'aide d'une suite u.

On note $u(n)$ la population de poissons rouges au bout de n mois. Ainsi, $u(0) = 10$.

2. Préciser la nature de la suite, son terme initial et sa raison.

u est géométrique de raison 2 et de terme initial $u(0) = 10$.

3. Donner l'expression de $u(n)$ en fonction de n.

$u(n) = 10 \times 2^n$

2 Le gérant d'un supermarché a constaté une baisse exponentielle de la fréquentation de son magasin, qui était pourtant de 2 000 personnes par jour.

Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

Si x représente le nombre d'années écoulées, alors la fonction qui peut modéliser l'évolution de la fréquentation du supermarché est :

- ☐ $x \mapsto 2\,000 - 50x$
- ☐ $x \mapsto 2\,000 \times 1{,}05^x$
- ☑ $x \mapsto 2\,000 \times 0{,}98^x$
- ☐ $x \mapsto 0{,}7 \times 2\,000^x$

3 Une quantité est modélisée par une suite géométrique u où $u(n)$ donne cette quantité après n périodes identiques. Préciser sa raison.

1. La quantité augmente de 50 % à chaque période.

Augmenter de 50 % revient à multiplier par 1,5. La raison est 1,5.

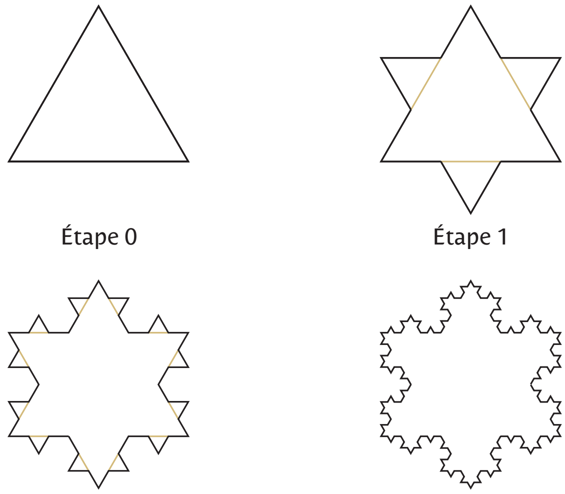
2. La quantité double à chaque période.

La raison est 2.

3. La quantité diminue de 30 % à chaque période.

Diminuer de 30 % revient à multiplier par $1-\dfrac{30}{100}=0{,}7$. La raison est 0,7.

4 DÉNOMBREMENT À partir d'un triangle équilatéral, on construit un flocon en ajoutant à chaque segment une pointe, et en itérant le processus à chaque étape. On forme ainsi une figure appelée flocon de von Koch. Les figures ci-dessous indiquent les premières étapes de construction du flocon.



Étape 0 — Étape 1 — Étape 2 — Étape 3

1. Déterminer le nombre de segments lors des quatre premières étapes.

Étape 0 : 3 segments. Étape 1 : 12 segments.

Étape 2 : 48 segments. Étape 3 : 192 segments.

2. Déterminer l'expression du nombre de segments présents à l'étape n.

À chaque étape, un segment est transformé en quatre segments. On peut donc modéliser le nombre de segments par une suite géométrique de terme initial 3 et de raison 4 : le nombre de segments à l'étape n est donc 3×4^n.

5 ÉCONOMIE Sur un marché, le prix d'une tonne de blé est de 300 euros en 2021. Il passe à 350 euros un an plus tard. On note $f(x)$ le coût, en euros, d'une tonne de blé x années après 2021. On suppose que f suit une croissance exponentielle, avec une expression de la forme $f(x) = k \times a^x$.

1. Déterminer $f(0)$ et en déduire k.

$f(0) = k \times a^0 = k$ et $f(0) = 300$ d'après l'énoncé donc $k = 300$.

2. Déterminer $f(1)$ et en déduire a.

$f(1) = 300 \times a^1 = 300a$ et $f(1) = 350$ d'après l'énoncé donc $a=\dfrac{350}{300}=\dfrac{35}{30}=\dfrac{7}{6}$.

3. Selon ce modèle, déterminer le coût de la tonne de blé à la mi-2024.

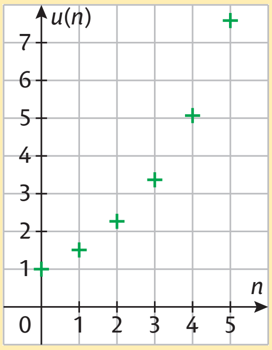
$f(3{,}5) = 300 \times \left(\dfrac{7}{6}\right)^{3{,}5} \approx 515$.

La tonne de blé coûterait 515 euros à la mi-2024.

Problème de seuil (résolution graphique)

EXERCICE CORRIGÉ

u est une suite dont les premiers termes sont représentés dans le repère ci-contre.
Déterminer le plus petit entier n tel que $u(n) > 6$.

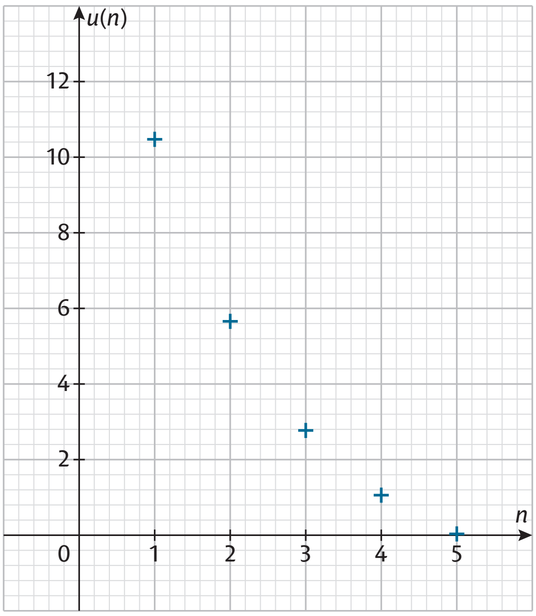


CORRECTION

Graphiquement, on trouve $n = 5$.

1 Soit u la suite définie par $u(n) = 20 \times 0{,}6^n$ pour $n \geqslant 1$.

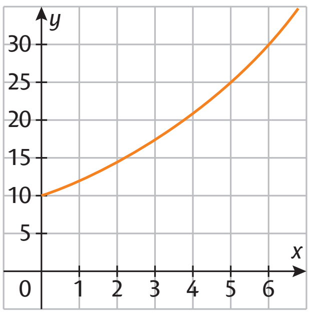
1. Représenter les cinq premiers termes de la suite dans le repère ci-dessous.



2. Déterminer le plus grand entier n tel que $u(n) > 4$.

D'après le graphique, c'est $n = 3$.

2 La courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto 10 \times 1{,}2^x$, définie sur $[0\,;+\infty[$, est représentée dans le repère ci-dessous.
Cocher la bonne case.



	Vrai	Faux
a. $f(x) = 15$ pour $x = 4$.	☐	☑
b. Si $x > 3$ alors $f(x) > 15$.	☑	☐
c. Si $f(x) < 25$ alors $x < 2$.	☐	☑

3 En 2017, la production annuelle de déchets par habitant était estimée à 4,9 tonnes. On suppose que la quantité de déchets diminue de 2 % chaque année.
On note $u(n)$ la quantité de déchets produits par habitant en tonnes, n années après 2017.

1. Déterminer la nature de la suite u. Préciser son premier terme et sa raison.

u est géométrique de raison 0,98 et de premier terme $u(0) = 4{,}9$.

2. Déterminer une expression de $u(n)$ en fonction de n.

$u(n) = 4{,}9 \times 0{,}98^n$

3. On donne ci-contre une capture d'écran du nuage représentant la suite pour n compris entre 30 et 40.
Déterminer à quelle année la production de déchets aura diminué de moitié.

Graphiquement, ce serait le cas à $n = 35$, c'est-à-dire en $2017 + 35 = 2052$.

4 SCIENCES DE LA VIE À la suite d'une intoxication alimentaire, on étudie l'élimination d'une toxine chez une vache. On sait que la concentration de la toxine dans le sang varie selon l'expression $f(t) = 30 \times 0{,}955^t$ où t représente le nombre de jours suivant l'intoxication et $f(t)$ est exprimée en µg/L.

1. Déterminer la concentration présente au bout de 12h.

Elle sera de $f(0{,}5) \approx 29{,}3$ µg/L.

2. Déterminer le sens de variation de la fonction f.

$f(t)$ est sous la forme $f(t) = k \times a^t$ avec $k = 30$ et $a = 0{,}955$. Or $30 > 0$ et $0 < 0{,}955 < 1$ donc f est décroissante sur $[0\,;+\infty[$.

3. Afficher la courbe représentative de la fonction f à l'aide de la calculatrice et déterminer au bout de combien de jours la concentration aura diminué de moitié.

Ce sera le cas au bout de 16 jours.

4. On considère que la toxine ne représente plus un danger pour la vache lorsque la concentration tombe en dessous de 15 % de la concentration initiale. Déterminer au bout de combien de temps la vache sera hors de danger.

On recherche l'antécédent de 15 % de $f(0)$ donc quand $f(t) < 4{,}5$. Graphiquement, $f(t) < 4{,}5$ pour $t \geqslant 42$. La vache sera hors de danger au bout de 42 jours environ.

Problème de seuil (calculatrice)

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/8188-04

EXERCICE CORRIGÉ

Soit f la fonction définie sur $[0\ ;+\infty[$ par $f(x) = 3 \times 2^x$.

1. Donner le sens de variation de la fonction f.

2. Calculer $f(4)$.

3. Résoudre $f(x) > 48$.

CORRECTION

1. $3 > 0$ et $2 > 1$ donc f est strictement croissante.

2. $f(4) = 3 \times 2^4 = 48$

3. $f(4) = 48$. Comme f est strictement croissante, $f(x) > 48$ pour $x > 4$.

1 Soit g la fonction définie par $g(x) = 0{,}8^x$ pour $x \in [0\ ;0{,}6]$.

1. Avec la calculatrice, compléter le tableau de valeurs de la fonction g ci-dessous, en arrondissant les valeurs à 10^{-2} si besoin.

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$g(x)$	1	0,98	0,96	0,94	0,91	0,89	0,87

2. Donner une valeur approchée de la solution de $g(x) = 0{,}9$ à 10^{-1} près.

$x \approx 0{,}4$ ou $x \approx 0{,}5$.

2 Cocher la bonne case.

On pourra faire des tableaux de valeurs.

	Vrai	Faux
a. 3,80 est une valeur approchée à 10^{-2} de la solution de l'équation $2 \times 1{,}2^x = 4$.	☑	☐
b. La valeur du plus petit entier n tel que $3 \times 0{,}7^n < 1$ est 3,4.	☐	☑

3 Soit f la fonction définie sur $[0\ ;10]$ par $f(x) = 0{,}4 \times 5^x$.

1. Tracer la courbe de la fonction f sur la calculatrice.

2. Résoudre graphiquement $f(x) > 100$.

$x \in]a\ ;+\infty[$ avec $a \approx 3{,}4$.

4 On considère les fonctions f et g définies par $f(x) = 10 \times 0{,}9^x$ et $g(x) = 1{,}2^x$ pour $x \geqslant 0$.

1. Donner le sens de variation des deux fonctions.

f est strictement décroissante car $10 > 0$ et $0 < 0{,}9 < 1$.

g est strictement croissante car $1{,}2 > 1$.

2. Tracer les courbes des deux fonctions sur la calculatrice.

3. Résoudre graphiquement $g(x) > 10$.

$x \in]a\ ;+\infty[$ avec $a \approx 13$.

4. Résoudre $f(x) < g(x)$.

$x \in]a\ ;+\infty[$ avec $a \approx 8$.

5 PHYSIQUE On considère la fonction N définie sur $[0\ ;+\infty[$ par $N(t) = 5 \times 0{,}917^t$ dont on admet que $N(t)$ donne le nombre de noyaux, exprimé en millions, d'iode 131 présents dans un échantillon à l'instant t exprimé en jours.

Déterminer à partir de quand il y aura moins de 2,5 millions de noyaux d'iode 131 dans cet échantillon.

En tabulant N, on trouve que $N(t) < 2{,}5$ à partir de 8 jours.

6 SCIENCES DE LA VIE On met en culture une population de 20 000 bactéries en présence d'un médicament. Dans ce milieu, cette population diminue de 30 % tous les jours.

On appelle u la suite telle que $u(n)$ donne la taille de la population de bactéries n jours après la mise en culture.

1. Justifier que $u(n) = 20\,000 \times 0{,}7^n$ pour tout entier naturel n.

La taille de la population est multipliée par $1 - \dfrac{30}{100} = 0{,}7$ chaque jour donc u est géométrique de raison $q = 0{,}7$. On a donc $u(n) = u(0) \times q^n = 20\,000 \times 0{,}7^n$ pour tout entier naturel n.

2. Déterminer à partir de combien de jours la taille de la population de bactéries passera sous les 1 000.

En tabulant la suite, on trouve $u(8) = 1\,153$ et $u(9) \approx 807$ donc la population passera sous les 1 000 entre le 8ᵉ et le 9ᵉ jour.

7 SCIENCES DE LA VIE On considère une épidémie ayant infecté 5 000 individus à l'instant $n = 0$ et dont le taux de reproduction est $R_0 = 1{,}5$, c'est-à-dire qu'en moyenne chaque individu en infecte 1,5 autre.

Pour simplifier ce modèle, on considère que ces nouvelles infections ont lieu 1 semaine après.

Déterminer à partir de combien de semaines 50 000 nouvelles personnes seront infectées selon ce modèle.

Le nombre de nouvelles personnes infectées est multiplié par 1,5 chaque semaine donc la suite u donnant le nombre de nouveaux infectés chaque semaine est géométrique de raison $q = 1{,}5$.

On a donc $u(n) = u(0) \times q^n = 5\,000 \times 1{,}5^n$ pour tout entier naturel n.

En tabulant la suite, on trouve $u(5) \approx 37\,969$ et $u(6) \approx 56\,953$ donc le nombre de nouveaux infectés dépasse 50 000 entre la 5ᵉ et la 6ᵉ semaine.

Utilisation de $a^{\frac{1}{n}}$

EXERCICE CORRIGÉ

Déterminer à l'aide de la calculatrice une valeur approchée à 10^{-3} des solutions de :

1. $x^5 = 3$ **2.** $x^6 = 10$

CORRECTION

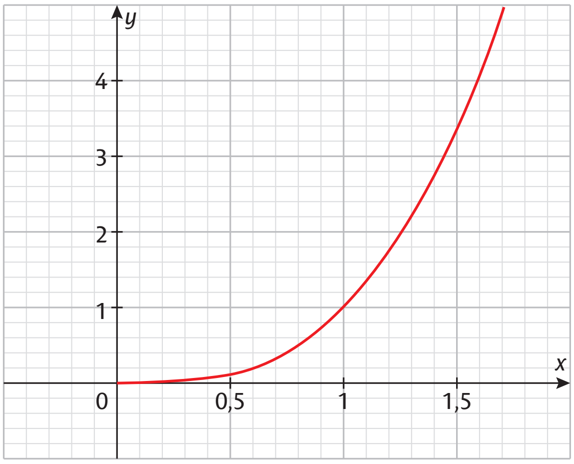
1. $x = 3^{\frac{1}{5}} \approx 1{,}246$ **2.** $x = 10^{\frac{1}{6}} \approx 1{,}468$

1 Calculer 2^3 et 2^5. En déduire $8^{\frac{1}{3}}$ et $32^{\frac{1}{5}}$.

$2^3 = 8$ et $2^5 = 32$.

On en déduit $8^{\frac{1}{3}} = 2$ et $32^{\frac{1}{5}} = 2$.

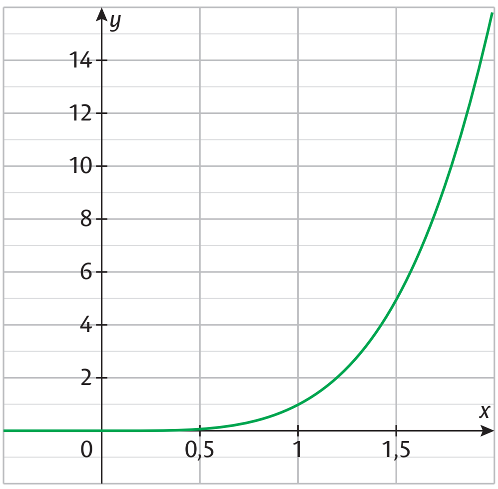
2 On donne la courbe représentative de $f : x \mapsto x^3$.



Donner une valeur approchée de $2^{\frac{1}{3}}$ et de $3^{\frac{1}{3}}$.

$2^{\frac{1}{3}} \approx 1{,}25$ et $3^{\frac{1}{3}} \approx 1{,}45$.

3 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).**
On donne la courbe représentative de $f : x \mapsto x^4$.



a. La solution positive de $x^4 = 2$ est :

☐ 16 ☑ environ 1,19 ☐ environ 1,45

b. La solution positive de $x^4 = 10$ est :

☑ environ 1,78 ☐ environ 1,52 ☐ n'existe pas

4 On considère les équations suivantes dans $\mathbb{R}+$.
Associer les équations à la valeur approchée à 10^{-3} de leur solution.

$x^4 = 5$	$x = 1^{\frac{1}{7}} = 1$
$x^2 = 3$	$x = 0{,}0001^{\frac{1}{4}} = 0{,}1$
$x^7 = 1$	$x = 8^{\frac{1}{3}} = 2$
$x^3 = 8$	$x = 5^{\frac{1}{4}} \approx 1{,}495$
$x^4 = 0{,}0001$	$x = 3^{\frac{1}{2}} \approx 1{,}732$

5 Résoudre les équations suivantes dans $[0 ; +\infty[$ puis en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.

1. $x^3 = 5 \Leftrightarrow x = 5^{\frac{1}{3}} \approx 1{,}71$

2. $x^4 - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2^{\frac{1}{4}} \approx 1{,}19$

3. $2x^3 - 54 = 0 \Leftrightarrow x = 27^{\frac{1}{3}} = 3$

4. $-10 + 3x^3 = 6 \Leftrightarrow x = \left(\frac{16}{3}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 1{,}75$

5. $-3 + 2x^4 = 29 \Leftrightarrow x = 16^{\frac{1}{4}} = 2$

6 On considère une suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 5$, de raison q positive et telle que $u_{10} = 295\,245$. Déterminer q.

On sait que $u_n = u_0 \times q^n = 5 \times q^n$ donc $u_{10} = 5 \times q^{10}$.

Il s'agit donc de résoudre $5 \times q^{10} = 295\,245$ avec $q > 0$.

Or, pour $q > 0$:

$5 \times q^{10} = 295\,245 \Leftrightarrow q^{10} = 59\,049 \Leftrightarrow q = 59\,049^{\frac{1}{10}} \Leftrightarrow q = 3$

7 ÉCONOMIE On place une somme de 1 000 € sur un compte bancaire rapportant t % d'intérêts composés par an. Au bout de 5 ans, la somme présente sur ce compte est de 1 104,80 €. Déterminer t.

On sait que la somme est multipliée par $1 + \frac{t}{100}$ chaque année donc on cherche $t > 0$ tel que

$1\,000 \times \left(1 + \frac{t}{100}\right)^5 = 1\,104{,}8 \Leftrightarrow \left(1 + \frac{t}{100}\right)^5 = 1{,}1048$

$\Leftrightarrow 1 + \frac{t}{100} = 1{,}1048^{\frac{1}{5}} \Leftrightarrow \frac{t}{100} = 1{,}1048^{\frac{1}{5}} - 1 \approx 0{,}02$

donc $t \approx 2$ %.

Taux d'évolution moyen

EXERCICE CORRIGÉ

Un prix augmente de 44 % en deux mois.
Déterminer son taux d'évolution mensuel moyen.

CORRECTION

Le taux d'évolution global est de 44 %.
Il y a deux périodes considérées.
Le taux d'évolution mensuel moyen est donc de
$\left(1+t_{\text{global}}\right)^{\frac{1}{n}}-1=\left(1+\dfrac{44}{100}\right)^{\frac{1}{2}}-1=0{,}2$ ce qui correspond à une hausse mensuelle moyenne de 20 %.

1 **1.** En 3 ans, la consommation électrique d'une usine a augmenté de 15 %. Le taux d'évolution annuel moyen de la consommation électrique de cette usine est :

☐ 5 % ☑ environ 4,77 % ☐ environ 2,47 %

2. En cinq ans, la production de lait d'un agriculteur a diminué de 10 %. Le taux d'évolution annuel moyen de la production de lait de cet agriculteur est :

☐ –2 % ☐ environ –1,58 % ☑ environ –2,09 %

2 La population d'une ville a doublé en 20 ans. Déterminer son taux d'évolution annuel moyen en arrondissant le résultat à 0,1 % près.

Le taux d'évolution global est de 100 %. Il y a vingt périodes considérées. Le taux d'évolution annuel moyen est donc de $\left(1+t_{\text{global}}\right)^{\frac{1}{n}}-1=\left(1+\dfrac{100}{100}\right)^{\frac{1}{20}}-1\approx 0{,}035$ ce qui correspond à une hausse annuelle moyenne de 3,5 % environ.

3 Une quantité subit plusieurs évolutions successives. Dans chacune des situations suivantes, déterminer le taux d'évolution moyen associé. Arrondir à 0,1 % près.

1. Trois évolutions aboutissant à une hausse de 30 %.

$\left(1+\dfrac{30}{100}\right)^{\frac{1}{3}}-1\approx 9{,}1\,\%$

2. Quatre évolutions conduisant à une baisse de 25 %.

$\left(1-\dfrac{25}{100}\right)^{\frac{1}{4}}-1\approx -6{,}9\,\%$

4 Les bénéfices d'une entreprise ont bondi de 40 % en un an. Déterminer son taux d'évolution trimestriel moyen en arrondissant le résultat à 0,1 % près.

Le taux d'évolution global est de 40 %. Il y a quatre trimestres dans une année donc quatre périodes considérées. Le taux d'évolution trimestriel moyen est donc de $\left(1+t_{\text{global}}\right)^{\frac{1}{n}}-1=\left(1+\dfrac{40}{100}\right)^{\frac{1}{4}}-1\approx 0{,}088$ ce qui correspond à une hausse trimestrielle moyenne de 8,8 % environ.

5 Les revenus d'un ménage ont baissé de 15 % en un an. Déterminer son taux d'évolution mensuel moyen en arrondissant le résultat à 0,1 % près.

Le taux d'évolution global est de –15 %. Il y a douze périodes considérées. Le taux d'évolution mensuel moyen est donc de $\left(1+t_{\text{global}}\right)^{\frac{1}{n}}-1=\left(1-\dfrac{15}{100}\right)^{\frac{1}{12}}-1\approx -0{,}013$ ce qui correspond à une baisse mensuelle moyenne de 1,3 % environ.

6 ÉCONOMIE Une banque propose un livret d'épargne au taux annuel de 3 %. Déterminer le taux mensuel moyen. Arrondir le résultat à 0,01 % près.

$\left(1+\dfrac{3}{100}\right)^{\frac{1}{12}}-1\approx 0{,}0025$ soit une hausse moyenne mensuelle de 0,25 % environ.

7 Entre 2015 et 2018, le record de hauteur du perchiste Armand Duplantis s'est amélioré chaque année passant de 5,30 m à 6,05 m. Déterminer le taux d'évolution annuel moyen de son record.

Le taux d'évolution sur cette période est $\dfrac{6{,}05-5{,}3}{5{,}3}\approx 0{,}1415$ soit environ 14,15 %. De plus, il y a 3 évolutions annuelles entre 2015 et 2018 donc le taux moyen annuel est environ

$\left(1+\dfrac{14{,}15}{100}\right)^{\frac{1}{3}}-1\approx 0{,}045$ c'est-à-dire environ 4,5 %.

8 Entre 1950 et 2020, la population mondiale est passée de 2,5 milliards d'habitants à 7,8 milliards d'habitants.

1. Déterminer le taux d'évolution décennal moyen de la population mondiale sur cette période.

Le taux d'évolution sur cette période est $\dfrac{7{,}8-2{,}5}{2{,}5}=2{,}12$ soit 212 %. De plus, il y a 7 évolutions décennales entre 1950 et 2020 donc le taux moyen décennal est $\left(1+\dfrac{212}{100}\right)^{\frac{1}{7}}-1\approx 0{,}177$ c'est-à-dire 17,7 %.

2. Si la population continue d'augmenter selon ce taux décennal moyen, quelle serait la population mondiale en 2050 ?

Entre 2020 et 2050, il y a trois évolutions décennales donc, à ce rythme, la population mondiale en 2050 serait de $7{,}8\times\left(1+\dfrac{17{,}7}{100}\right)^{3}\approx 12{,}7$ milliards.

Problèmes

1 Suites et seuil

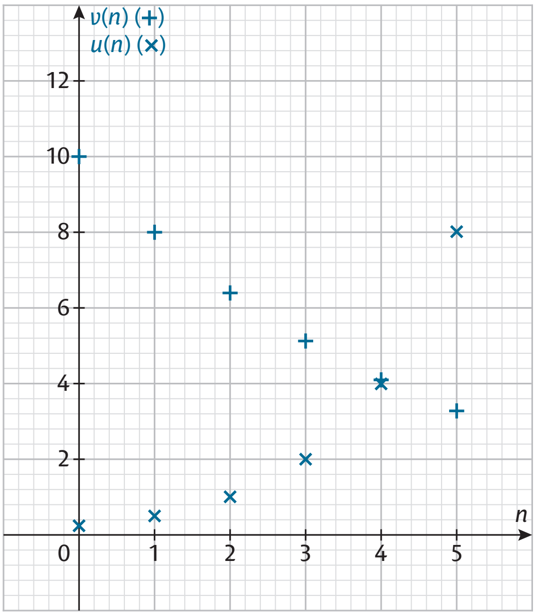
On considère les suites u et v définies pour tout entier $n \geqslant 0$ par $u(n) = 0{,}25 \times 2^n$ et $v(n) = 10 \times 0{,}8^n$.

1. Calculer les six premiers termes de chaque suite. On arrondira si besoin les résultats au centième.

$u(0) = 0{,}25$; $u(1) = 0{,}5$; $u(2) = 1$; $u(3) = 2$; $u(4) = 4$ et $u(5) = 8$.

$v(0) = 10$; $v(1) = 8$; $v(2) = 6{,}4$; $v(3) \approx 5{,}12$; $v(4) \approx 4{,}1$ et $v(5) \approx 3{,}28$.

2. Construire dans le repère ci-contre les nuages de points associés aux deux suites.



3. Déterminer la valeur du premier entier n tel que $u(n)$ dépasse $v(n)$.

C'est à partir de $n = 5$.

2 Capital, taux simples et taux composés ÉCONOMIE

1. Leela dépose sur son livret d'épargne 20 000 euros au taux composé annuel de 5 % le 1er janvier 2022. Les intérêts sont calculés par rapport à la somme disponible en début d'année. On note $u(n)$ le montant disponible sur son livret d'épargne n années après.

a. Calculer $u(1)$ et $u(2)$.

$u(1) = 20\,000 \times \left(1 + \dfrac{5}{100}\right) = 21\,000$ et $u(2) = 21\,000 \times 1{,}05 = 22\,050$.

b. Exprimer $u(n + 1)$ en fonction de $u(n)$. En déduire la nature de la suite u.

$u(n + 1) = 1{,}05 \times u(n)$ donc u est géométrique de raison 1,05.

c. Déterminer le terme général de la suite u.

$u(n) = 20\,000 \times 1{,}05^n$

d. Combien d'années Leela devra-t-elle laisser son argent en banque si elle veut doubler son dépôt initial ?

$u(14) \approx 39\,599$ et $u(15) \approx 41\,579$ donc il faudra attendre 15 ans pour cela.

2. Son banquier lui propose une autre formule : son épargne lui rapporterait chaque année 6 % de la somme initiale. On note $v(n)$ le montant disponible sur son livret d'épargne n années après.

a. Déterminer la somme disponible au bout de deux ans.

$\dfrac{6}{100} \times 20\,000 = 1\,200$. La somme sur le livret au bout de deux ans sera donc de 22 400 euros.

b. Déterminer la nature de la suite v. Préciser le premier terme et la raison.

Chaque année, 1 200 est ajouté au livret d'épargne. v est donc une suite arithmétique de raison 1 200 et de premier terme $v(0) = 20\,000$.

c. En déduire une expression de $v(n)$ en fonction de n.

On déduit de la question précédente que $v(n) = 20\,000 + 1\,200n$.

3. Quelle formule peut-on conseiller à Leela ? Discuter selon la durée du placement.

En comparant les deux suites à l'aide de la calculatrice, on trouve que la somme disponible avec le premier placement est plus élevée au bout de 9 années. C'est ce placement qu'il faut lui conseiller si elle ne souhaite pas retirer son épargne avant 9 ans.

Prise d'initiative

3 Propagation d'une rumeur en cascade SCIENCES SOCIALES

Une enquête de l'Institut National des Hautes Études de la Sécurité et de la Justice s'intéresse à la diffusion des informations à travers les réseaux sociaux. L'institut cite une étude du chercheur D. Watts, qui a relevé que :

- 93 % du temps, une information est diffusée par un utilisateur, mais elle n'est jamais relayée.
- 6,8 % du temps, une information est relayée à une ou deux personnes qui vont la relayer au maximum une seule fois.
- 0,2 % du temps, l'information est cascadée de manière exponentielle

Interpréter dans chacun des cas ce qui se passe si une personne diffuse une rumeur sur un réseau social. On pourra discuter des limites de ces modélisations.

• Dans le premier cas, l'information est mort-née et reste cantonnée au groupe de contacts du diffuseur.

• Dans le deuxième cas, l'information ne devrait atteindre que 5 personnes au maximum : le diffuseur, 1 ou 2 personnes qu'il a contactées et 1 personne contactée par chacun de ces « relayeurs ». La modélisation est limitée ici car on ne sait pas si ces nouvelles personnes vont-elles-mêmes diffuser l'information. On peut considérer que ce ne sera pas le cas, car l'étude précise que dans 93 % des cas une information diffusée n'est jamais relayée.

• Dans le dernier cas, le nombre de personnes qui vont diffuser l'information va augmenter de manière exponentielle, jusqu'à arriver à un seuil de saturation où le modèle exponentiel atteint ses limites.

4 Nature de suite

On considère les quatre suites ci-dessous :

- u définie par $u(n) = 2n^2 + 3n + 1$ pour $n \geqslant 0$.
- v définie par $v(n) = \dfrac{4^n}{5^{n+1}}$ pour $n \geqslant 0$.
- w définie par $w(n) = (n+2)^2 - n^2$ pour $n \geqslant 0$.
- r définie par $r(0) = 2$ et $r(n+1) = 2r(n) + 1$ pour $n \geqslant 0$.

1. Calculer les trois premiers termes de chaque suite.

• $u(0) = 1$; $u(1) = 6$ et $u(2) = 15$.

• $v(0) = \dfrac{1}{5}$; $v(1) = \dfrac{4}{25}$ et $v(2) = \dfrac{16}{125}$.

• $w(0) = 4$; $w(1) = 8$ et $w(2) = 12$.

• $r(0) = 2$; $r(1) = 5$ et $r(2) = 11$.

2. Pour chacune des suites, déterminer si elle peut être géométrique, arithmétique ou ni l'une ni l'autre.

• $u(2) - u(1) = 9 \neq u(1) - u(0) = 5$ donc u n'est pas arithmétique.

$\dfrac{u(2)}{u(1)} = \dfrac{5}{2} \neq \dfrac{u(1)}{u(0)} = 6$ donc u n'est pas géométrique.

• $v(2) - v(1) = -\dfrac{4}{125} \neq v(1) - v(0) = -\dfrac{1}{25}$ donc v n'est pas arithmétique.

$\dfrac{v(2)}{v(1)} = \dfrac{v(1)}{v(0)} = \dfrac{4}{5}$ donc v peut être géométrique.

• $w(2) - w(1) = w(1) - w(0) = 4$ donc w peut être arithmétique.

$\dfrac{w(1)}{w(0)} = 2 \neq \dfrac{w(2)}{w(1)} = \dfrac{3}{2}$ donc w n'est pas géométrique.

• $r(2) - r(1) = 6 \neq r(1) - r(0) = 3$ donc r n'est pas arithmétique.

$\dfrac{r(2)}{r(1)} = \dfrac{11}{5} \neq \dfrac{r(1)}{r(0)} = 2{,}5$ donc r n'est pas géométrique.

Problèmes

5 Modèle démographique ÉCONOMIE GÉOGRAPHIE

Dans *Essai sur le principe de la population*, Thomas Robert Malthus écrit en 1798 :
« Chaque période de vingt-cinq ans ajoute à la production annuelle [de ressources alimentaires] de la Grande-Bretagne une quantité égale à sa production actuelle. […] Comptons pour onze millions la population de la Grande-Bretagne et supposons que le produit actuel de son sol suffit pour la maintenir. Au bout de vingt-cinq ans, la population sera de vingt-deux millions ; et la nourriture ayant également doublé, elle suffira encore à l'entretenir. Après une seconde période de vingt-cinq ans, la population sera portée à quarante-quatre millions : mais les moyens de subsistance ne pourront plus nourrir que trente-trois millions d'habitants. Dans la période suivante, la population – arrivée à quatre-vingt-huit millions – ne trouvera des moyens de subsistance que pour la moitié de ce nombre. »

1. Quel type de croissance Malthus considère-t-il pour la population de la Grande-Bretagne ?

Il fait l'hypothèse qu'elle double tous les 25 ans : il envisage donc une croissance exponentielle pour la population de la Grande-Bretagne.

2. Modéliser la population de la Grande-Bretagne et la population pouvant être nourrie d'après ce modèle par deux suites u et v où $u(n)$ et $v(n)$ donnent ces populations (en millions) après n quarts de siècle.

Selon le modèle de Malthus, u serait une suite géométrique de raison 2 et de terme initial $u(0) = 11$ d'où $u(n) = 11 \times 2^n$. v est arithmétique de raison 11 et de terme initial $v(0) = 11$ d'où $v(n) = 11 \times n + 11 = 11n + 11$.

3. Expliquer la problématique soulevée par Malthus et la discuter.

Dans son modèle, la population suit une croissance exponentielle contrairement aux ressources qui suivent une croissance linéaire. En réalité, les progrès techniques au XIXe siècle ont permis une hausse des ressources au même rythme que celle de la population.

6 Datation au carbone 14 PHYSIQUE SVT

Le carbone présente deux isotopes, 12 et 14. Le second est faiblement radioactif et se désintègre en azote au fil du temps. À leur mort, les organismes n'assimilent plus de carbone : la quantité de carbone 12 reste alors constante quand celle de carbone 14 diminue. La datation au carbone 14 évalue la proportion entre les deux isotopes de carbone pour estimer le moment où l'organisme a cessé d'intégrer du carbone 14 (^{14}C). La demi-vie du ^{14}C est de 5 730 ans : la quantité de ^{14}C présente dans un échantillon est divisée par 2 au bout de 5 730 ans.

On souhaite étudier l'évolution au cours du temps de la quantité de ^{14}C dans un échantillon provenant d'un organisme qui, au moment de sa mort, contenait 10 µg de ^{14}C. Pour cela, on note $f(t)$ la quantité, en µg, de ^{14}C présent au bout de t années.

1. Donner la valeur de $f(0)$ et de $f(5\,730)$.

$f(0) = 10$ et $f(5\,730) = 5$.

2. On modélise l'évolution de la quantité de carbone 14 par une fonction f de la forme $f(x) = k \times a^x$. Déterminer la valeur de k puis la valeur de a arrondie à 10^{-6}.

$f(0) = k \times a^0 = k$ donc $k = 10$.

$f(5\,730) = 10 \times a^{5\,730}$ donc

$5 = 10 \times a^{5\,730}$ puis $a^{5\,730} = \frac{1}{2}$ et $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5\,730}} \approx 0{,}999\,879$.

3. Selon ce modèle, quelle serait la quantité de carbone 14 présente au bout de 10 000 ans ?

$f(10\,000) = 10 \times 0{,}999\,879^{10\,000} \approx 2{,}98$. Il y aurait 2,98 µg de carbone 14 au bout de 10 000 ans.

4. On cherche à présent à dater un ossement. On mesure que la proportion de ^{14}C dans l'ossement correspond à 13 % de celle présente lors de la mort de l'organisme. Déterminer une estimation de la date de l'ossement.

On cherche à résoudre $0{,}13 = 0{,}999\,879^t$. À l'aide de la calculatrice, on trouve par balayage $t \approx 16\,860$. On peut estimer que l'ossement date d'environ 17 000 ans.

7 Radiothérapie PHYSIQUE SVT

Un échantillon de noyaux radioactifs voit son nombre de noyaux diminuer en fonction du temps en raison de leur désintégration. On a mesuré que la période de demi-vie de l'iode 131 était d'environ 8 jours ; autrement dit, la moitié des noyaux se sont désintégrés au bout de 8 jours.

1. a. Quel type de croissance est caractéristique de l'évolution du nombre d'atomes d'iode 131 ?

Il s'agit d'une décroissance exponentielle.

b. Au bout de combien de temps le nombre de noyaux aura-t-il été divisé par 4 ?

Au bout de 16 jours, le nombre de noyaux aura été multiplié par $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$: c'est donc au bout de 16 jours.

c. Déterminer le taux d'évolution quotidien moyen du nombre d'atomes d'iode 131 dans un échantillon.

$t_{moyen} = 0{,}5^{\frac{1}{8}} - 1 \approx -0{,}083$ soit une baisse moyenne quotidienne de 8,3 % environ.

d. On veut modéliser par une fonction f le nombre de noyaux d'iode 131 dans un échantillon qui en contient un nombre initial N_0 en fonction du temps. Déterminer l'expression $f(t)$ où t correspond au temps écoulé en jours.

$f(t) = N_0 \times a^t$ car il s'agit d'une décroissance exponentielle.

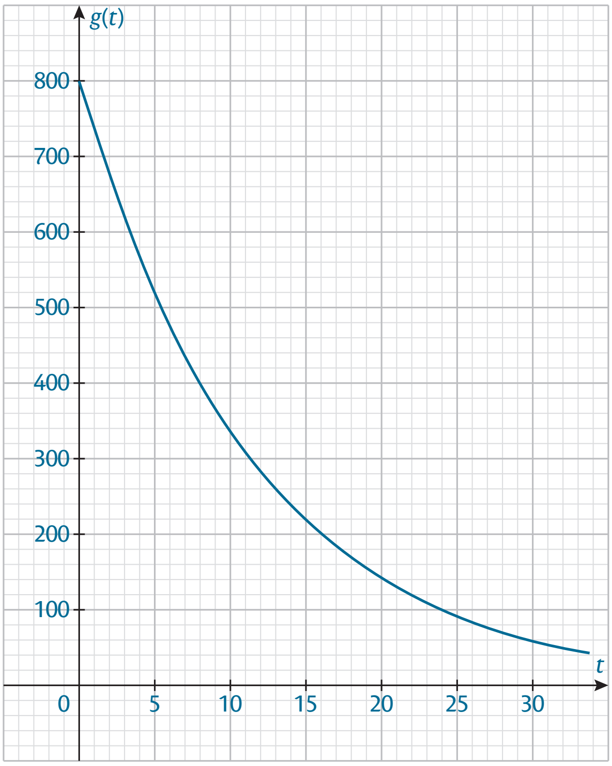
On a $f(8) = \frac{N_0}{2} \Leftrightarrow N_0 \times a^8 = \frac{N_0}{2} \Leftrightarrow a^8 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{8}} \approx 0{,}917$. Donc $f(t) = N_0 \times 0{,}917^t$.

2. L'iode 131 peut être administré à des patients dans le cadre d'un traitement de radiothérapie. Dans ce cas, il est recommandé au patient de s'isoler pendant un certain temps, jusqu'à ce que l'activité radioactive résiduelle redescende sous le seuil recommandé, qui est de 55 MBq. L'activité résiduelle est proportionnelle au nombre de noyaux d'iode 131 présents. On mesure après administration de l'iode radioactive une activité résiduelle de 800 MBq. On modélise donc l'activité résiduelle (en MBq) par la fonction $g : t \mapsto 800 \times 0{,}917^t$ où t correspond au nombre de jours écoulés depuis la prise du traitement.

a. Compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir si besoin les valeurs à l'unité).

t	0	5	10	15	20	25	30
$g(t)$	800	519	336	218	141	92	59

b. Graduer les axes et construire la courbe dans le repère.



c. Déterminer au bout de combien de jours le patient n'a plus besoin de s'isoler.

Avec la calculatrice, on trouve que $g(31) \approx 54{,}5$.

Cela se produit donc au bout de 31 jours.

VERS LES MATHS COMPLÉMENTAIRES

8 Suites arithmético-géométriques

Soit (v_n) définie par $v_0 = 4$ et $v_{n+1} = 3v_n + 2$ pour $n \in \mathbb{N}$.

a. Justifier que (v_n) n'est pas géométrique.

$v_1 = 3 \times 4 + 2 = 14$ et $v_2 = 3 \times 14 + 2 = 44$. Alors $\frac{v_2}{v_1} = \frac{44}{14} = \frac{22}{7} \neq \frac{v_1}{v_0} = 3{,}5$ donc (v_n) n'est pas géométrique.

b. On définit (w_n) par $w_n = v_n + 1$ pour $n \in \mathbb{N}$. Montrer que (w_n) est géométrique.

$w_{n+1} = v_{n+1} + 1 = 3v_n + 2 + 1 = 3(v_n + 1) = 3w_n$ donc (w_n) est géométrique de raison 3.

c. En déduire une expression de w_n en fonction de n pour $n \in \mathbb{N}$.

$w_0 = v_0 + 1 = 5$ donc $w_n = 5 \times 3^n$.

d. En déduire une expression de v_n en fonction de n pour $n \in \mathbb{N}$.

$v_n = w_n - 1 = 5 \times 3^n - 1$

CHAPITRE 5

Variation instantanée, variation globale

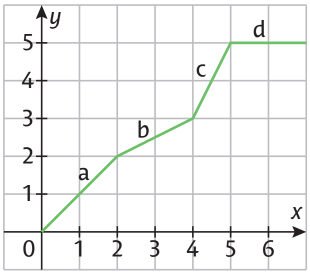
AUTOMATISMES

QUESTIONS FLASH

Rituel 1

Lire sur un graphique les variations d'une grandeur

1 Déterminer sur lequel des parcours a, b, c ou d, la croissance est la plus rapide.



Sur le parcours c

Calculer un taux d'évolution global à partir de taux d'évolution successifs

2 On considère une augmentation de 30 % suivie d'une baisse de 30 %. Quel est le taux d'évolution global ?

$\left(1+\frac{30}{100}\right)\left(1-\frac{30}{100}\right)=1{,}3\times 0{,}7=0{,}91$, donc une baisse de 9 %

Passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire

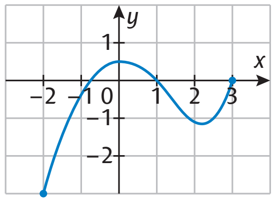
3 Écrire le nombre décimal 12,48 sous forme d'une fraction irréductible.

$12{,}48=\frac{1\,248}{100}=\frac{4\times 312}{4\times 25}=\frac{312}{25}$

Rituel 2

Lire sur un graphique les variations d'une grandeur

1 On considère la courbe représentative d'une fonction définie sur $[-2\,;\,3]$. Décrire ses variations.



La fonction est croissante sur les intervalles $[-2\,;\,0]$ et $[2{,}2\,;\,3]$ et elle est décroissante sur l'intervalle $[0\,;\,2{,}2]$

Appliquer un pourcentage d'augmentation

2 Un livre de maths coûtait 30 euros. Son prix augmente de 12 %. Quel est son nouveau prix ?

Le nouveau prix est :
$30\times\left(1+\frac{12}{100}\right)=30\times 1{,}12=33{,}60$ euros.

Résoudre une équation du premier degré

3 Résoudre l'équation $\frac{x+2}{3}=-4$.

On obtient : $x+2=-4\times 3$.

D'où $x=-14$.

Rituel 3

Effectuer une application numérique

1 Le volume d'une boule est donné par la formule : $\frac{4}{3}\pi R^3$ où R est le rayon de la boule.
Donner, sous sa forme la plus simplifiée possible, le volume d'une boule de rayon $R=\frac{3}{2}$ cm.

Le volume de la boule est :
$\frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^3=\frac{4}{3}\pi\times\frac{27}{8}=\frac{9\pi}{2}$ cm^3

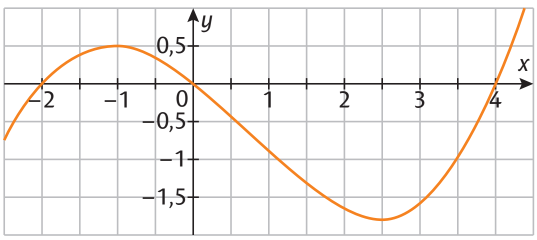
Effectuer des calculs simples avec des décimaux

2 Mentalement, calculer le produit $2{,}4\times 5$.

$2{,}4\times 5=12$

Estimer graphiquement une valeur atteinte

3 On donne la représentation graphique d'une fonction.



Quelle est la plus grande valeur atteinte par cette fonction sur l'intervalle $[-2\,;\,4]$?

La plus grande valeur atteinte est 0,5.

Rituel 4

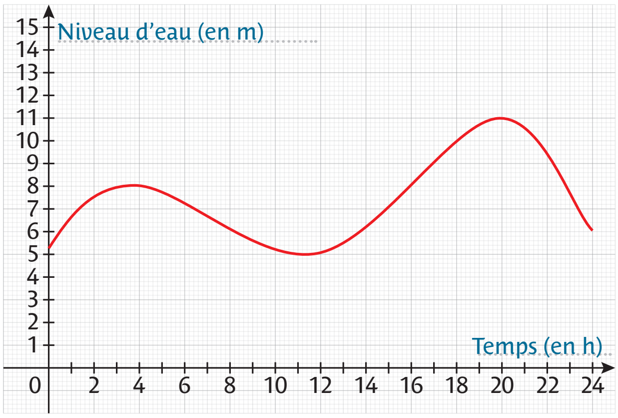
Résoudre une équation du second degré

1 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = 16$.

On obtient $x = 4$ ou $x = -4$.

Préciser sur un graphique les grandeurs et unités

2 Le niveau d'eau, en mètres, dans un port selon l'heure de la journée est donné par la courbe ci-dessous. Préciser sur chaque axe les grandeurs concernées ainsi que leurs unités.



Résoudre une équation du premier degré

3 Un véhicule a effectué un trajet de 15 km à la vitesse moyenne de 60 km/h. Combien de temps, en minutes, a duré son trajet ? *Donnée* : $v = \frac{d}{t}$.

On obtient : $60 = \frac{15}{t} \Leftrightarrow t = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$. Donc son trajet a duré un quart d'heure, c'est-à-dire 15 minutes.

Effectuer mentalement des calculs simples

4 Calculer mentalement $54\,250 \times 10^{-3}$.

54,25

Rituel 5

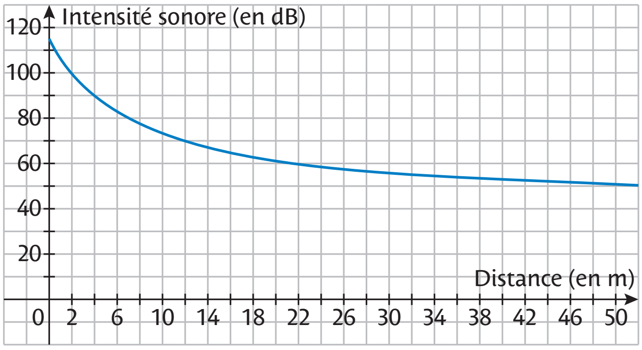
Résoudre une équation du second degré

1 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 25 = 0$.

On obtient : $x^2 = 25 \Leftrightarrow x = -5$ ou $x = 5$.

Estimer graphiquement un seuil

2 Dans une salle de concert on a relevé l'intensité sonore en fonction de la distance à la scène.



À quelle distance minimum est-il préférable de se placer afin de protéger son audition (l'intensité doit être inférieure à 80 dB) ?

On observe sur le graphique que le seuil de 80 dB est atteint à 7 m. Il faut donc se placer à une distance minimale de 7 m de la scène.

Utiliser un ordre de grandeur pour contrôler un résultat

3 On sait que la sonde Voyager 1 a parcouru une dizaine de milliards de km environ. Maxence a effectué le calcul $1\,057 \times 10^7$ km afin d'avoir plus de précision. Son calcul est-il cohérent ?

10 milliards de km = 10×10^9 km = 10^{10} km

Or $1\,057 \times 10^7 = 1{,}057 \times 10^3 \times 10^7 \approx 1 \times 10^{10}$.

Donc son calcul est cohérent.

Rituel 6

Résoudre une équation du premier degré

1 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $3x - 2 = -2x - 12$.

L'équation s'écrit $3x - 2 = -2x - 12 \Leftrightarrow 5x = -10$, donc la solution est $x = -2$.

Effectuer des calculs simples avec des fractions

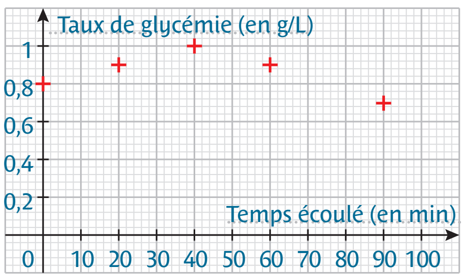
2 Simplifier au maximum le calcul de fractions : $\frac{15}{22} \times \frac{11}{5}$.

On obtient : $\frac{3 \times 5 \times 11}{2 \times 11 \times 5} = \frac{3}{2}$.

Préciser sur un graphique les échelles

3 Sur le graphique ci-dessous, indiquer les grandeurs, les unités et l'échelle de chaque axe.

Temps écoulé (en min)	0	20	40	60	90
Taux de glycémie (en g/L)	0,8	0,9	1	0,9	0,7



L'essentiel

Tangente à une courbe en un point

On considère une fonction f et sa courbe représentative $\mathscr{C}_f$.

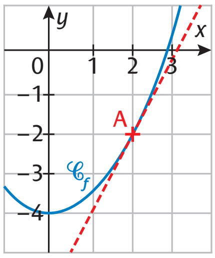
Sécante : On appelle **sécante** à $\mathscr{C}_f$ toute droite passant par deux points distincts A et B de la courbe.

Tangente : Soit A un point de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse a.
On appelle **tangente** à $\mathscr{C}_f$ en A la droite qui vient frôler la courbe autour du point A.
C'est également la position limite de la sécante quand le point B se rapproche du point A.

▶ Fiches 45 à 47

Nombre dérivé

Définition : Soit f une fonction définie sur un intervalle I, $a \in$ I et A le point de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse a.
On appelle **nombre dérivé** de la fonction f en a, le **coefficient directeur** de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A et on le note $f'(a)$.



Propriété : Si une fonction f modélise une évolution, alors $f'(a)$ représente la vitesse instantanée de cette évolution quand $x = a$.

▶ Fiches 45 à 47

Fonction dérivée

Définition : On appelle **fonction dérivée** de f sur un intervalle I la fonction qui à tout réel x de I associe $f'(x)$, le nombre dérivé de f en x. On la note f'.

Dérivées des fonctions usuelles

Fonction f	Dérivée f'
Constante : $f(x) = c$	$f'(x) = 0$
Identité : $f(x) = x$	$f'(x) = 1$
Carré : $f(x) = x^2$	$f'(x) = 2x$
Cube : $f(x) = x^3$	$f'(x) = 3x^2$

Dérivées et opérations

u et v sont des fonctions et k est un nombre réel.

Fonction f	Dérivée f'
$f(x) = k \times u(x)$	$f'(x) = k \times u'(x)$
$f(x) = u(x) + v(x)$	$f'(x) = u'(x) + v'(x)$

▶ Fiche 48

Signe de f' et variations de f

Théorème : Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

▶ La fonction f est **strictement croissante** sur I si et seulement si $f'(x) > 0$, pour tout réel x de I, sauf éventuellement en un nombre fini de valeurs où $f'(x)$ s'annule.

Signe de $f'(x)$	+
Variations de f	↗

▶ La fonction f est **strictement décroissante** sur I si et seulement si $f'(x) < 0$, pour tout réel x de I, sauf éventuellement en un nombre fini de valeurs où $f'(x)$ s'annule.

Signe de $f'(x)$	−
Variations de f	↘

▶ Fiches 51 à 56

Extremums d'une fonction

Définition : Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

▶ On dit que f a pour maximum M sur I s'il existe a dans I tel que $f(a) = M$ et $f(x) \leqslant M$ pour tout $x \in$ I.
Autrement dit, M (s'il existe) est l'ordonnée du point le plus haut de la courbe de f sur I, et a est l'abscisse de ce point.

x		a	
Variations de f	↗	M	↘

▶ On dit que f a pour minimum m sur I s'il existe b dans I tel que $f(b) = m$ et $f(x) \geqslant m$ pour tout $x \in$ I.
Autrement dit, m (s'il existe) est l'ordonnée du point le plus bas de la courbe de f sur I, et b est l'abscisse de ce point.

x		b	
Variations de f	↘	m	↗

▶ Fiches 55 et 56

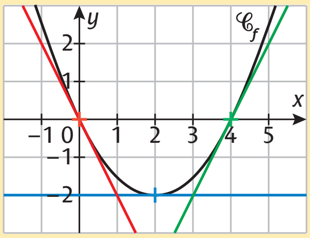
FICHE 45

Nombre dérivé : interprétation graphique

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/8188-05

EXERCICE CORRIGÉ

On considère la représentation graphique d'une fonction f dont on a tracé les tangentes aux points d'abscisses 0 ; 2 et 4.
Graphiquement, donner la valeur de $f'(0)$.



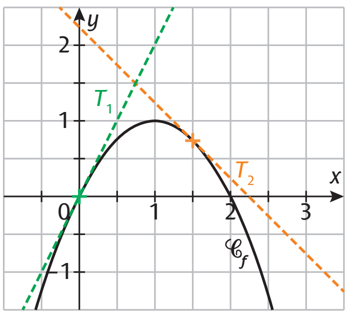
CORRECTION

Le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse 0 est –2, donc $f'(0) = -2$.

1 Donner la valeur de $f'(2)$ et de $f'(4)$ pour la fonction f de l'exercice précédent.

La tangente à la courbe au point d'abscisse 2 est horizontale, donc $f'(2) = 0$.
La tangente au point d'abscisse 4 a pour coefficient directeur 2, donc $f'(4) = 2$.

2 On considère la représentation graphique d'une fonction f dont on a tracé les tangentes aux points d'abscisses 0 et $\frac{3}{2}$.



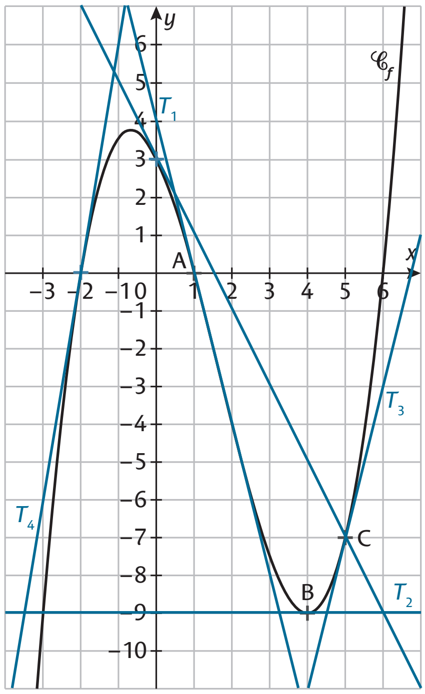
1. Donner $f'(0)$ et $f'\left(\frac{3}{2}\right)$.

Graphiquement, le coefficient directeur de T_1 est 2 donc $f'(0) = 2$.
Graphiquement, le coefficient directeur de T_2 est –1, donc $f'\left(\frac{3}{2}\right) = -1$.

2. En quel point la tangente à la courbe a-t-elle un coefficient directeur nul ?

Au point d'abscisse 1 car la tangente est horizontale.

On considère pour les exercices 3 à 6, une fonction f et sa courbe représentative $\mathscr{C}_f$.



3 Relier.

$f'(1)$ — strictement négatif
$f'(4)$ — nul
$f'(5)$ — strictement positif

4 Sur le graphique précédent, tracer les tangentes aux points d'abscisses 0 et –2.

5 À l'aide du graphique précédent, donner les signes de $f'(2)$ et de $f'(-1)$.

Si on trace la tangente au point d'abscisse 2, on constate qu'elle descend, donc $f'(2) < 0$ et, de même, $f'(-1) > 0$.

6 Résoudre graphiquement l'équation $f'(x) = 0$.

Cela revient à chercher en quel(s) point(s) la tangente à la courbe serait horizontale.
Ici cela se produirait deux fois : aux points d'abscisses 4 et environ –0,7 (en fait $-\frac{2}{3}$).
Donc les solutions sont –0,7 et 4.

FICHE 46

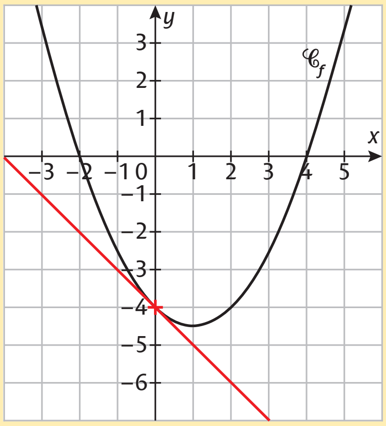
Tracer une tangente

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/8188-05

EXERCICE CORRIGÉ

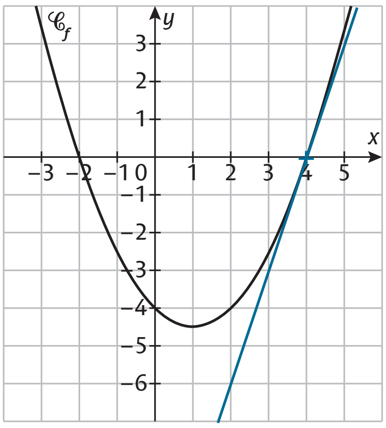
Sur le graphique ci-dessous, représentant la fonction f, tracer la tangente à la courbe au point d'abscisse 0 sachant que $f'(0) = -1$.

CORRECTION

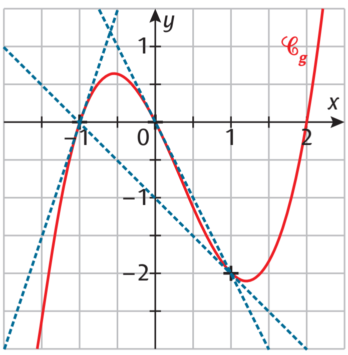


On trace la droite passant par le point de coordonnées (0 ; –4) et de coefficient directeur –1, ce qui correspond à la droite en rouge.

1 Sur le graphique ci-dessous, tracer la tangente à la courbe au point d'abscisse 4 sachant que $f'(4) = 3$.



2 Sur la représentation graphique de la fonction g ci-dessous, on a placé les points d'abscisses –1 ; 0 et 1. De plus, on a $g'(-1) = 3$; $g'(0) = -2$ et $g'(1) = -1$. Tracer les tangentes en chacun de ces trois points.



3 Soit f une fonction et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

Cocher la bonne case.

	Vrai	Faux
a. Si $f'(0) = 4$, alors la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 4 est horizontale.	☐	☑
b. Si $f'(3) = -2$, alors la tangente au point d'abscisse 3 a pour coefficient directeur –2.	☑	☐
c. Si $f'(-1) = 0$, alors la tangente au point d'abscisse –1 est horizontale.	☑	☐
d. Si $f'(2) = 1$, alors la tangente au point d'abscisse 1 a pour coefficient directeur 2.	☐	☑

4 TICE **1.** Construire à l'aide de GeoGebra la courbe représentative de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 3.$$

2. Placer les points A et B de la courbe d'abscisses respectives 2 et –1. Quelle est l'ordonnée du point A ?

L'ordonnée du point A est 1.

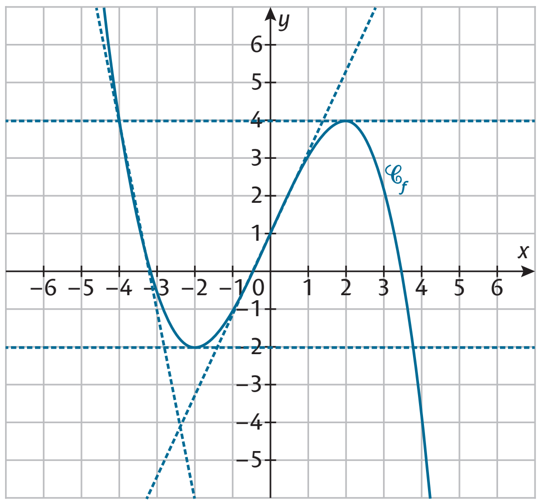
3. Déplacer le point B en le rapprochant de A. Que constate-t-on ?

La sécante (AB) se rapproche de plus en plus de la tangente en A.

4. Donner une valeur approchée de $f'(2)$.

$f'(2)$ est le coefficient directeur de la tangente en A et on a $f'(2) \approx 3$.

5 Tracer une représentation graphique d'une fonction f vérifiant les données suivantes :
$f(2) = 4$; $f(0) = 1$; $f(3{,}5) = 0$;
$f(-4) = 4$; $f(-2) = -2$; $f'(-2) = f'(2) = 0$; $f'(-4) = -5$; $f'(0) = 2$.



Nombre dérivé et modèle d'évolution

EXERCICE CORRIGÉ

On considère la fonction d qui donne la distance, en mètres, parcourue par un cheval en fonction du temps t, en minutes. On donne le tableau de valeurs de la fonction dérivée.

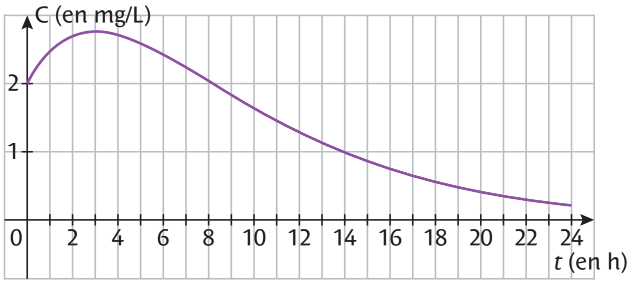
t	0	10	50	100	200	500	1 000
$d'(t)$	10	20	200	700	1 000	600	400

Au bout de combien de temps le cheval atteint-il sa vitesse maximale ?

CORRECTION

Au bout de 200 minutes, la vitesse est maximale.

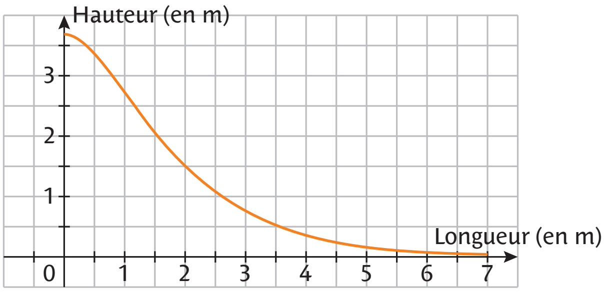
1 La concentration d'un médicament dans le sang (en mg/L) est donnée par une fonction C représentée en fonction du temps t (en h) par la courbe suivante.



Cocher la bonne case.

	Vrai	Faux
a. $C'(t) > 0$ sur [0 ; 24].	☐	☑
b. $C'(t)$ est d'abord positive, puis négative.	☑	☐
c. $\lvert C'(t)\rvert$ est maximale pour $t = 3$.	☐	☑

2 Une pente pour skateur est modélisée par une fonction f donnant la hauteur en fonction de la longueur (en m), représentée ci-dessous.



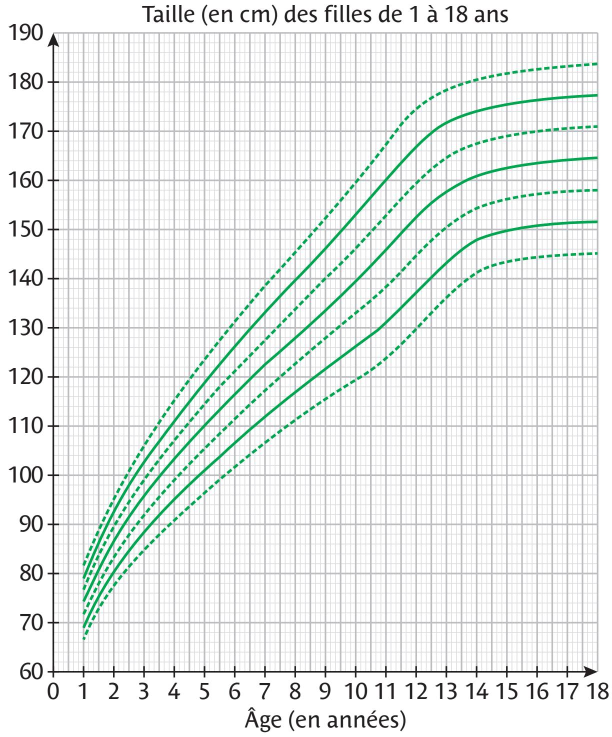
1. Déterminer approximativement à quelle hauteur et au bout de quelle longueur l'inclinaison est la plus importante.

C'est au bout d'une longueur d'environ 1 m et à une hauteur de 2,7 m que l'inclinaison sera maximale, car la décroissance est importante.

2. Comment cela s'interprète-t-il pour le nombre dérivé ?

C'est autour d'une longueur de 1 m que le nombre dérivé sera le plus grand en valeur absolue.

3 On donne ci-dessous la courbe de croissance donnant la taille, en cm, des filles de 1 à 18 ans. Interpréter les réponses en termes de nombre dérivé.



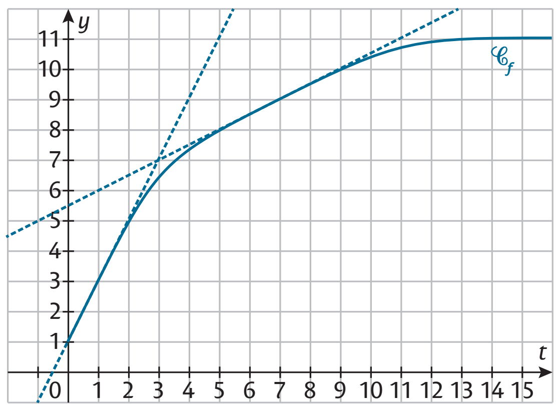
1. Déterminer graphiquement dans quel(s) intervalle(s) de temps l'évolution semble être la plus rapide.

On cherche quand le nombre dérivé semble être le plus grand : sur [1 ; 4] et sur [10 ; 13].

2. Déterminer à partir de quel âge la taille semble stagner.

On cherche quand le nombre dérivé semble rester presque nul : à partir de 17 ans.

4 🏆 On considère une fonction f donnant l'évolution d'une population de bactéries, en milliers, en fonction du temps t, en heures. La population de départ est de 1 000 bactéries et $f'(t) \approx 2$ pendant les trois premières heures. Au bout de 7 h, la population compte 9 000 bactéries et $f'(7) = 0{,}5$. De plus, $f(13) = 11$ et, à partir de 13 h, $f'(13) \approx 0$.
Tracer une courbe susceptible de représenter f.



FICHE 48

Dérivation d'une fonction polynôme

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/8188-05

EXERCICE CORRIGÉ

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -4x^2 + 3x - 5.$$

Déterminer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

CORRECTION

On a $f'(x) = -4 \times 2x + 3 \times 1 + 0$.
Donc $f'(x) = -8x + 3$.

1 Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = -3x^3 + 5x^2 - 3x + 1.$$

Déterminer $g'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

On obtient $g'(x) = -3 \times 3x^2 + 5 \times 2x - 3 \times 1$.

Soit $g'(x) = -9x^2 + 10x - 3$.

2 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 6x - 2.$$

1. Déterminer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

On a $f'(x) = 3x^2 - 4 \times 2x + 6 \times 1 + 0$.

Donc $f'(x) = 3x^2 - 8x + 6$.

2. Donner les valeurs de $f'(0)$ et $f'(-1)$.

On a $f'(0) = 3 \times 0 - 8 \times 0 + 6 = 6$.

Et $f'(-1) = 3(-1)^2 - 8(-1) + 6 = 17$.

3 On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 5x^3 - 4x + 1 \text{ et } g(x) = x^3 - 3x^2 + 7x.$$

1. Déterminer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

On a $f'(x) = 5 \times 3x^2 - 4 \times 1 + 0 = 15x^2 - 4$.

2. Déterminer $g'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

On a $g'(x) = 3x^2 - 3 \times 2x + 7 \times 1 = 3x^2 - 6x + 7$.

3. En déduire $f'(x) + g'(x)$.

$f'(x) + g'(x) = 15x^2 - 4 + 3x^2 - 6x + 7 = 18x^2 - 6x + 3$.

4. Déterminer $(f + g)(x)$.

$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = 5x^3 - 4x + 1 + x^3 - 3x^2 + 7x$

$= 6x^3 - 3x^2 + 3x + 1$

5. Déterminer $(f + g)'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ et comparer avec $f'(x) + g'(x)$.

$(f + g)'(x) = 6 \times 3x^2 - 3 \times 2x + 3 \times 1 + 0$

Donc $(f + g)'(x) = 18x^2 - 6x + 3 = f'(x) + g'(x)$.

4 On donne les fonctions f et h définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x - 5 \text{ et } h(x) = -5f(x).$$

1. Déterminer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

On obtient $f'(x) = 3 \times 3x^2 - 2 \times 2x + 1$.

Soit $f'(x) = 9x^2 - 4x + 1$.

2. En déduire l'expression de $h'(x)$.

$h'(x) = -5f'(x) = -5(9x^2 - 4x + 1) = -45x^2 + 20x - 5$.

5 On donne les fonctions f, g et h définies sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = \dfrac{x^3}{3} + 2x^2 - \dfrac{3x}{2} + 1$; $g(x) = -\dfrac{x^3}{2} + \dfrac{3x^2}{5} - 2x$

et $h(x) = 2f(x) - 3g(x)$.

1. Déterminer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

On a $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 + 2x^2 - \dfrac{3}{2}x + 1$

d'où $f'(x) = \dfrac{1}{3} \times 3x^2 + 2 \times 2x - \dfrac{3}{2} \times 1$.

Donc $f'(x) = x^2 + 4x - \dfrac{3}{2}$.

2. Déterminer $g'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

On a $g(x) = -\dfrac{1}{2}x^3 + \dfrac{3}{5}x^2 - 2x$

d'où $g'(x) = -\dfrac{1}{2} \times 3x^2 + \dfrac{3}{5} \times 2x - 2$.

Donc $g'(x) = -\dfrac{3}{2}x^2 + \dfrac{6}{5}x - 2$.

3. Exprimer la fonction h' en fonction de f' et de g'.

$h'(x) = 2f'(x) - 3g'(x)$

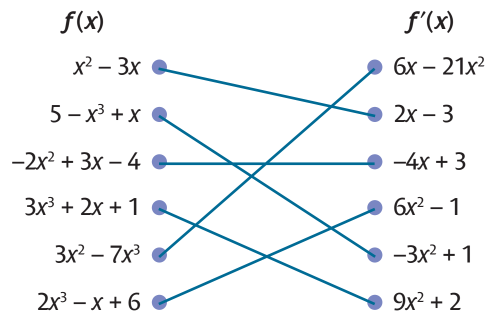
4. En déduire l'expression de $h'(x)$.

$h'(x) = 2\left(x^2 + 4x - \dfrac{3}{2}\right) - 3\left(-\dfrac{3}{2}x^2 + \dfrac{6}{5}x - 2\right)$

$h'(x) = 2x^2 + 8x - 3 + \dfrac{9}{2}x^2 - \dfrac{18}{5}x + 6$

Donc $h'(x) = \dfrac{13}{2}x^2 + \dfrac{22}{5}x + 3$.

6 Relier chaque expression de fonctions polynômes avec l'expression de sa fonction dérivée.



7 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 1.$$

1. Déterminer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

On obtient $f'(x) = 4 \times 3x^2 - 2 \times 2x$.

Soit $f'(x) = 12x^2 - 4x$.

2. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

On a $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 4x = 0$

$\Leftrightarrow 4x(3x - 1) = 0$ donc $x = 0$ ou $x = \dfrac{1}{3}$.

3. Résoudre l'équation $f(x) = 1$.

$f(x) = 1 \Leftrightarrow 4x^3 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow 2x^2(2x - 1) = 0$

donc $x = 0$ ou $x = \dfrac{1}{2}$.

FICHE 49

Étude du signe de $ax + b$

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/8188-05

EXERCICE CORRIGÉ

On considère l'expression $2x - 3$ dans $\mathbb{R}$.
Dresser son tableau de signes.

CORRECTION

On résout l'inéquation $2x - 3 > 0 \Leftrightarrow 2x > 3 \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}$ ce qui donne le tableau de signes :

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x - 3$		$-$	0	$+$	

1 On considère l'expression $-3x + 4$ dans $\mathbb{R}$.
Dresser son tableau de signes.

On résout $-3x + 4 > 0 \Leftrightarrow -3x > -4 \Leftrightarrow x < \frac{4}{3}$
d'où le tableau de signes :

x	$-\infty$		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$-3x + 4$		$+$	0	$-$	

2 Relier les expressions données avec l'un ou l'autre des deux tableaux de signes possibles.

$5x - 1$

$-2x - 3$

$-2 + 3x$

$2 - 4x$

$-1 + x$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		α		$+\infty$
		$+$	0	$-$	

3 python On considère la fonction suivante.

```
def signe(a,b):
    if a<0:
        s="+0-"
    if a>0:
        s="-0+"
    if a==0:
        s="Signe de b"
    return s
```

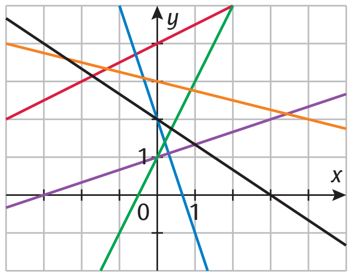
s = signe de ax + b

1. Quel est le rôle de cette fonction ?

Cette fonction retourne le signe de $ax + b$ selon le signe de a.

2. Compléter les pointillés.

4 On considère les fonctions affines représentées ci-dessous.



Quelles sont celles qui correspondent au tableau de signes ci-contre ?

x	$-\infty$		α		$+\infty$
		$+$	0	$-$	

Les fonctions affines sont celles qui sont décroissantes, donc ayant les courbes noire, orange et bleue.

5 Dresser les tableaux de signes des expressions suivantes, sans résoudre d'équation ni d'inéquation.

$ax + b$ s'annule en $-\frac{b}{a}$.

a. $A(x) = -5x$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$-5x$		$+$	0	$-$	

b. $B(x) = -3 + 2x$

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$-3 + 2x$		$-$	0	$+$	

6 On considère l'expression $E(x) = ax + b$ dont on cherche à démontrer les propriétés sur le signe vues en Seconde et utilisées dans cette fiche.

1. Que se passe-t-il pour son signe si $a = 0$?

Si $a = 0$, alors $E(x) = b$ et son signe est celui de b.

2. Résoudre l'équation $E(x) = 0$. Admet-elle au moins une solution ?

$E(x) = 0 \Leftrightarrow ax = -b$ donc, si $a = 0$ et $b \neq 0$, il n'y a pas de solution, et sinon $x = -\frac{b}{a}$.

3. Pour $a \neq 0$, résoudre l'inéquation $E(x) > 0$.

$E(x) > 0 \Leftrightarrow ax > -b$ puis selon le signe de a, on obtient : si $a > 0$, $x > -\frac{b}{a}$ et si $a < 0$, $x < -\frac{b}{a}$.

Étude du signe de $a(x - x_1)(x - x_2)$

EXERCICE CORRIGÉ

On considère l'expression $A(x) = 3(x + 2)(x - 5)$.
Dresser son tableau de signes.

CORRECTION

On étudie le signe de chacun des facteurs comme dans la fiche précédente, puis on dresse un tableau récapitulatif, ce qui donne ici :

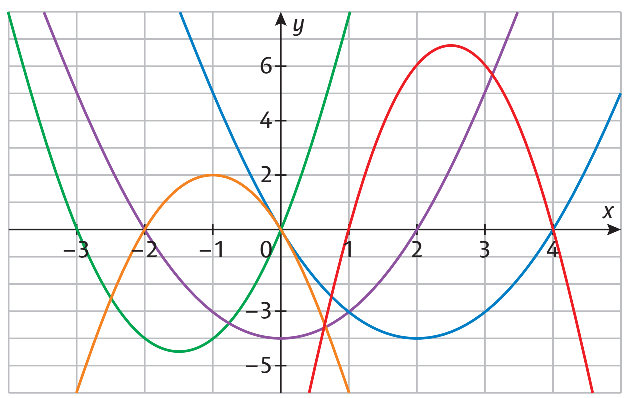
x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
3		+		+		+	
$x + 2$		–	0	+		+	
$x - 5$		–		–	0	+	
$A(x)$		+	0	–	0	+	

1 Soit l'expression $B(x) = -2(x + 3)(x - 2)$.
Compléter son tableau de signes.

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
-2		–		–		–	
$x + 3$		–	0	+		+	
$x - 2$		–		–	0	+	
$B(x)$		–	0	+	0	–	

2 Parmi les représentations graphiques données, lesquelles peuvent avoir le tableau de signes suivant ?

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f(x)$		+	0	–	0	+	



La courbe doit être au-dessus, puis en dessous et enfin au-dessus de l'axe des abscisses, soit les courbes verte, violette et bleue.

3 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -x(x - 6).$$

1. Dresser son tableau de signes.

x	$-\infty$		0		6		$+\infty$
$-x$		+	0	–		–	
$x - 6$		–		–	0	+	
$f(x)$		–	0	+	0	–	

2. En déduire la position de la courbe représentant la fonction f par rapport à l'axe des abscisses.

La courbe est au-dessus de l'axe des abscisses pour $x \in]0 ; 6[$ et elle est en dessous de l'axe des abscisses pour $x \in]-\infty ; 0[\cup]6 ; +\infty[$. La courbe coupe l'axe des abscisses en $x = 0$ et $x = 6$.

4 On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -3(x + 1)(x - 3).$$

Cocher la bonne case.	Vrai	Faux
a. $f(x) < 0$	☐	☑
b. $f(x)$ est d'abord positive, puis négative.	☐	☑
c. $f(x) \geqslant 0$ si $x \in [-1 ; 3]$.	☑	☐
d. $f(x)$ change deux fois de signe.	☑	☐
e. $f(x) \geqslant 0$ si $x \in [-3 ; 1]$.	☐	☑

5 🏆 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4.$$

1. Vérifier que $f(-2) = f(4) = 0$.

$f(-2) = -\frac{1}{2}(-2)^2 + (-2) + 4 = -2 + 2 = 0$

et $f(4) = -\frac{1}{2} \times 4^2 + 4 + 4 = -8 + 8 = 0$

2. Déterminer la valeur de a telle que $f(x)$ s'écrive sous la forme $f(x) = a(x + 2)(x - 4)$.

$a(x + 2)(x - 4) = a(x^2 - 2x - 8) = ax^2 - 2ax - 8a$. Pour $a = -\frac{1}{2}$, on a donc $a(x + 2)(x - 4) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4 = f(x)$.

3. Dresser le tableau de signes de cette fonction.

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
$-\frac{1}{2}$		–		–		–	
$x + 2$		–	0	+		+	
$x - 4$		–		–	0	+	
$f(x)$		–	0	+	0	–	

Étude de fonctions de degré 2

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/8188-05

EXERCICE CORRIGÉ

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 - 3x + 1.$$

1. Déterminer f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs du réel x.
3. En déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

CORRECTION

1. $f'(x) = 2x - 3$
2. $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow 2x > 3 \Leftrightarrow x > 1{,}5$
3. On peut donc dresser le tableau suivant.

x	$-\infty$		$1{,}5$		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f		$\searrow$	$-1{,}25$	$\nearrow$	

Remarque : $f(1{,}5) = -1{,}25$ peut s'obtenir avec la calculatrice.

1 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -x^2 + 8x - 5.$$

1. Déterminer f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$.

$f'(x) = -2x + 8$

2. Étudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs du réel x. En déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow -2x + 8 > 0 \Leftrightarrow -2x > -8 \Leftrightarrow x < 4$

x	$-\infty$		4		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de f		$\nearrow$	11	$\searrow$	

2 Soit f la fonction définie sur $[-5 ; 5]$ par :

$$f(x) = 2x^2 + 8x - 3.$$

1. Déterminer f' la fonction dérivée de f sur $[-5 ; 5]$.

$f'(x) = 4x + 8$

2. Étudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs du réel x. En déduire les variations de la fonction f sur $[-5 ; 5]$.

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 4x + 8 > 0 \Leftrightarrow 4x > -8 \Leftrightarrow x > -2$

x	-5		-2		5
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f	7	$\searrow$	-11	$\nearrow$	87

3 f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 - 3x^2$.
Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. f a pour dérivée :
☑ $f'(x) = -6x$ ☐ $f'(x) = 4x$ ☐ $f'(x) = 1 - 5x$.

b. $f'(x)$ est positif sur :
☐ $[6 ; +\infty[$ ☐ $[0 ; +\infty[$ ☑ $]-\infty ; 0]$.

c. f est strictement croissante sur :
☐ $]6 ; +\infty[$ ☐ $]0 ; +\infty[$ ☑ $]-\infty ; 0]$.

4 Soit f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -\frac{1}{5}x^2 - x + 3 \text{ et } g(x) = 5x^2 - \frac{3}{4}x - 9.$$

1. Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.

$f'(x) = -\frac{1}{5} \times 2x - 1 = -\frac{2}{5}x - 1$

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{5}x - 1 > 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{5}x > 1 \Leftrightarrow x < -\frac{5}{2}$

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de f		$\nearrow$	$\frac{17}{4}$	$\searrow$	

2. Étudier les variations de g sur $\mathbb{R}$.

$g'(x) = 5 \times 2x - \frac{3}{4} = 10x - \frac{3}{4}$

$g'(x) > 0 \Leftrightarrow 10x - \frac{3}{4} > 0 \Leftrightarrow 10x > \frac{3}{4} \Leftrightarrow x > \frac{3}{40}$

x	$-\infty$		$\frac{3}{40}$		$+\infty$
Signe de $g'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de g		$\searrow$	$\approx -9{,}03$	$\nearrow$	

5 **Cocher la bonne case.**
f est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f'(x) = 4x - 1$.

	Vrai	Faux
a. Je peux affirmer que $f(x) = 2x^2 - x$.	☐	☑
b. Je peux affirmer que f est strictement décroissante sur $]-\infty ; 0]$.	☑	☐

FICHE **52**

Étude de fonctions de degré 3

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/8188-05

EXERCICE CORRIGÉ

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 7.$$

1. Déterminer f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$.

2. Vérifier que $f'(x) = (x + 1)(3x - 9)$.

3. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

CORRECTION

1. $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$

2. $(x + 1)(3x - 9) = 3x^2 - 9x + 3x - 9 = 3x^2 - 6x - 9 = f'(x)$

3. $x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$

et $3x - 9 > 0 \Leftrightarrow 3x > 9 \Leftrightarrow x > 3$.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$3x-9$		$-$		$-$	0	$+$	
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de f		↗	12	↘	-20	↗	

1 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 - 3x + 1.$$

1. Déterminer f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$ et montrer que $f'(x) = 3(x - 1)(x + 1)$.

$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x - 1)(x + 1)$

2. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

$x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ et $x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
3		$+$		$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de f		↗	3	↘	-1	↗	

2 f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x$.

Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. f a pour dérivée :

☐ $f'(x) = x^2 - 2x + 4$ ☑ $f'(x) = (x - 2)^2$ ☐ $f'(x) = 3x^2 - x + 4$

b. f est strictement croissante sur :

☑ $]-2\,;+\infty[$ ☑ $]0\,;+\infty[$ ☑ $\mathbb{R}$

3 Soit f la fonction définie sur $[0\,;10]$ par :

$$f(x) = -2x^3 + \frac{25}{2}x^2 - 4x - 1.$$

1. Montrer que $f'(x) = (-6x + 1)(x - 4)$.

$f'(x) = -6x^2 + 25x - 4.$

Or $(-6x + 1)(x - 4) = -6x^2 + 24x + x - 4 = -6x^2 + 25x - 4$

$= f'(x)$

2. Compléter le tableau ci-dessous.

$-6x + 1 > 0 \Leftrightarrow -6x > -1 \Leftrightarrow x < \frac{1}{6}$

et $x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 4$

x	0		$\frac{1}{6}$		4		10
$-6x+1$		$+$	0	$-$		$-$	
$x-4$		$-$		$-$	0	$+$	
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
Variations de f	-1	↘	$-\frac{287}{216}$	↗	55	↘	-791

4 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -2x^3 + 6x^2 - 1.$$

Étudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

$f'(x) = -2 \times 3x^2 + 6 \times 2x = -6x^2 + 12x = x(-6x + 12)$

$-6x + 12 > 0 \Leftrightarrow -6x > -12 \Leftrightarrow x < 2$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$-6x+12$		$+$		$+$	0	$-$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
Variations de f		↘	-1	↗	7	↘	

FICHE **53**

Étude de fonctions avec Xcas TICE

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/8188-05

EXERCICE CORRIGÉ

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 8.$$

1. Déterminer f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$.
2. Résoudre $f'(x) = 0$ et $f'(x) > 0$.
3. En déduire le signe de $f'(x)$ selon les valeurs du réel x, et les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

CORRECTION

1. Dans la console, on écrit :

```
simplifier(deriver(-1/3*x^3-5/4*x^2+3/2*x+8))
```

et on obtient : $f'(x) = \dfrac{-2x^2 - 5x + 3}{2}$.

2. Dans la console on écrit :

```
resoudre((-2*x^2-5*x+3)/2=0)
```

Et on obtient : x=-3 ; x=1/2.

```
resoudre((-2*x^2-5*x+3)/2>0)
```

Et on obtient : (x>-3) and (x<1/2)

ce qui signifie : $-3 < x < \frac{1}{2}$.

3.

x	$-\infty$		-3		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
Variations de f	↘		$1{,}25$	↗	$\approx 8{,}40$	↘	

1 Relier chaque instruction à sa réponse.

deriver(x²-3x+1)	$x \in \{0 ; 1{,}5\}$
simplifier($\frac{1}{2}$*4*x^3-3*x^2)	$2x - 3$
resoudre(2*x^3-3*x^2=0)	$x > 1{,}5$
resoudre(2*x^3-3*x^2>0)	$2x^3 - 3x^2$

2 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. « simplifier(deriver(2*x^3-3*x^2+10)) » donne :

☑ $2x^3 - 3x^2 + 10$ ☐ 2x+10
☐ $6x^2 - 6x$ ☐ $2x^2 - 3x + 10$

b. « resoudre(8*x^2+5*x-3<0) » donne :

☑ $x < -\frac{3}{8}$ ou $x > 1$ ☐ $x > -\frac{3}{8}$ et $x < 1$
☐ $x > -1$ et $x < \frac{3}{8}$ ☐ $x < -1$ ou $x > \frac{3}{8}$

c. « resoudre(5*x^2-20*x+20>=0) » donne :

☑ $x \leqslant -2$ ou $x \geqslant 2$ ☐ $-2 \leqslant x \leqslant 2$
☐ tous les réels sont solutions ☐ aucune solution

3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 9{,}5x^2 - 14x + 5$.

On n'utilise pas d'accent dans Xcas.

1. Déterminer f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$.

simplifier(deriver(x^3-9.5*x^2-14*x+5))
$f'(x) = 3x^2 - 19x - 14$

2. Résoudre $f'(x) = 0$ et $f'(x) > 0$.

resoudre(3*x^2-19*x-14=0) donne $x = -\frac{2}{3}$ ou $x = 7$.
resoudre(3*x^2-19*x-14>0) donne $x < -\frac{2}{3}$ ou $x > 7$.

3. Compléter le tableau suivant.

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		7		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de f	↗		$\approx 9{,}8$	↘	$-215{,}5$	↗	

4

Étudier les variations de la fonction f définie sur $[-4 ; +\infty[$ par $f(x) = -2x^3 + 21x^2 + 264x - 2\,700$.

Avec Xcas, on trouve $f'(x) = -6x^2 + 42x + 264$.
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -4$ ou $x = 11$
$f'(x) > 0 \Leftrightarrow -4 < x < 11$

x	-4		11		$+\infty$
Signe de $f'(x)$	0	$+$	0	$-$	
Variations de f	$-3\,292$	↗	83	↘	

5

🏆 Étudier les variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0{,}25x^4 - x^3 - 6{,}5x^2 + 15x$.

Avec Xcas on trouve : $f'(x) = x^3 - 3x^2 - 13x + 15$.
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$ ou $x = 1$ ou $x = -3$
$f'(x) > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1$ ou $x > 5$

x	$-\infty$		-3		1		5		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de f	↘		$-56{,}25$	↗	$7{,}75$	↘	$-56{,}25$	↗	

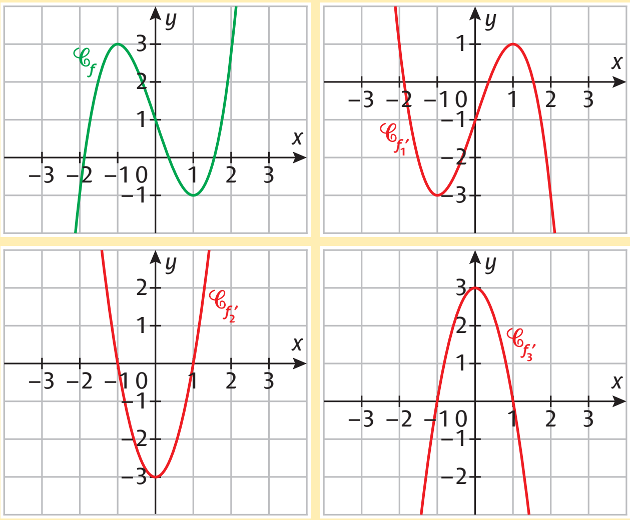
FICHE **54**

Représentations graphiques de f et de f'

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/8188-05

EXERCICE CORRIGÉ

On donne ci-dessous, en vert, la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et, en rouge, trois représentations graphiques de fonctions f_1', f_2' et f_3' définies sur $\mathbb{R}$.



Parmi les trois fonctions f_1', f_2' et f_3', laquelle pourrait être la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$?

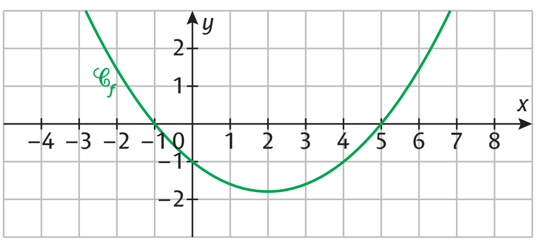
CORRECTION

Le tableau de variations de f donne le signe de $f'(x)$.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
Variations de f		↗		↘		↗	
Signe de $f'(x)$		+	0	−	0	+	

La seule fonction compatible avec ce tableau de signes est donc f_2'.

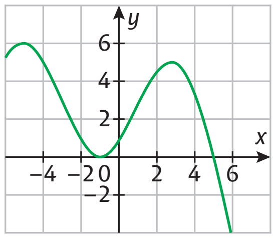
1 On donne ci-dessous la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

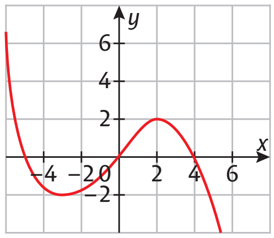


Compléter le tableau suivant.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
Variations de f		↘		↗	
Signe de $f'(x)$		−	0	+	

2 On donne ci-dessous les représentations graphiques d'une fonction f (en vert) et d'une fonction g (en rouge) définies sur $\mathbb{R}$. **Cocher la bonne case.**

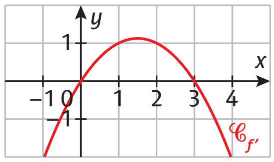




La fonction g est-elle la dérivée de la fonction f ?

☐ Oui ☑ Non

3 On donne ci-contre la représentation graphique de la dérivée f' d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

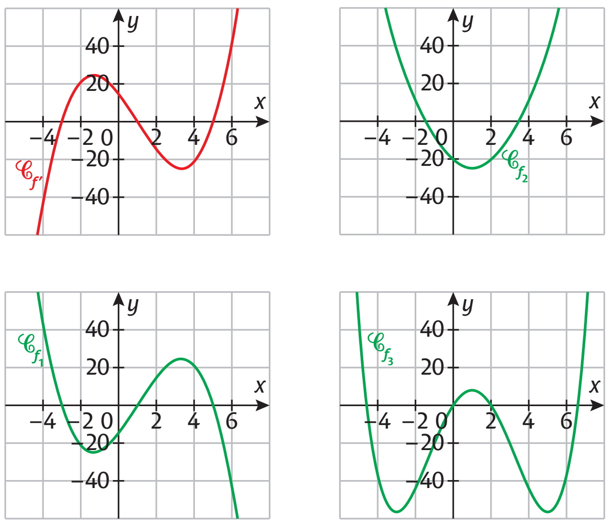


Compléter le tableau suivant.

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		−	0	+	0	−	
Variations de f		↘		↗		↘	

4 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).**
On donne ci-dessous, en rouge, la représentation graphique d'une fonction f' définie sur $\mathbb{R}$ et, en vert, trois représentations graphiques de fonctions f_1, f_2 et f_3 définies sur $\mathbb{R}$. Parmi les trois fonctions f_1, f_2 et f_3, laquelle pourrait avoir pour dérivée f' ?

☐ f_1 ☐ f_2 ☑ f_3



Étudier les variations d'un phénomène

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/8188-05

EXERCICE CORRIGÉ

La trajectoire d'un javelot lancé par une athlète décrit une courbe modélisée par la fonction f définie sur [0 ; 58] par $f(x) = -0{,}013x^2 + 0{,}728x + 1{,}508$.
Cette fonction donne la hauteur (en m) du javelot en fonction de la distance x (en m) qui sépare le javelot de la lanceuse au niveau du sol.

1. Étudier les variations de f sur [0 ; 58].
2. Au bout de combien de mètres le javelot a-t-il atteint sa hauteur maximale ? Quelle est cette hauteur ?

CORRECTION

1. $f'(x) = -0{,}026x + 0{,}728$
$f'(x) > 0 \Leftrightarrow -0{,}026x + 0{,}728 > 0$
$\Leftrightarrow -0{,}026x > -0{,}728 \Leftrightarrow x < 28$

x	0		28		58
Signe de $f'(x)$		+	0	−	
Variations de f	1,508	↗	11,7	↘	0

2. Le javelot a atteint sa hauteur maximale au bout de 28 mètres. Cette hauteur est alors égale à 11,7 mètres.

1 SVT

On injecte un médicament à un malade.
La quantité de substance, exprimée en cm³, présente dans le sang du malade à l'instant t, exprimé en heures, est représentée par la fonction f définie sur [0 ; 12] par :

$$f(t) = 0{,}02t^3 - 0{,}48t^2 + 2{,}88t.$$

1. Montrer que $f'(t) = (0{,}06t - 0{,}24)(t - 12)$.

$f'(t) = 0{,}06t^2 - 0{,}96t + 2{,}88$
$(0{,}06t - 0{,}24)(t - 12) = 0{,}06t^2 - 0{,}72t - 0{,}24t + 2{,}88$
$= 0{,}06t^2 - 0{,}96t + 2{,}88 = f'(t)$

2. Étudier le signe de $f'(t)$, puis déduire les variations de f.

$0{,}06t - 0{,}24 > 0 \Leftrightarrow 0{,}06t > 0{,}24 \Leftrightarrow t > 4$
$t - 12 > 0 \Leftrightarrow t > 12$

t	0		4		12
$0{,}06t - 0{,}24$		−	0	+	
$t - 12$		−		−	0
$f'(t)$		+	0	−	0
Variations de f	0	↗	5,12	↘	0

3. Au bout de combien d'heures la substance présente dans le sang commence-t-elle à diminuer ?

La quantité de substance présente dans le sang commence à diminuer au bout de 4 heures.

2 SVT

Pendant une épidémie sur une période de 18 jours on a pu modéliser l'évolution de la maladie au cours du temps avec la fonction f définie sur [0 ; 18] par $f(x) = -0{,}5x^3 + 9x^2$. Ainsi, le nombre de personnes atteintes de la maladie est donné, en milliers, par $f(x)$ où la variable x représente le temps écoulé, en jours.
Déterminer $f'(x)$, puis décrire l'évolution de cette maladie au cours du temps.

Factoriser $f'(x)$ avec le facteur x.

$f'(x) = -1{,}5x^2 + 18x = x(-1{,}5x + 18)$
x est positif sur [0 ; 18]
et $-1{,}5x + 18 > 0 \Leftrightarrow x < \dfrac{-18}{-1{,}5} = 12$.

x	0		12		18
x	0	+		+	
$-1{,}5x + 18$		+	0	−	
$f'(x)$	0	+	0	−	
Variations de f	0	↗	432	↘	0

Le nombre de personnes malades croît pendant 12 jours pour atteindre un maximum de 432 000 malades le 12ᵉ jour, puis décroît jusqu'au 18ᵉ jour de l'épidémie.

3 ÉCONOMIE

Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).
Une entreprise fabrique des masques chirurgicaux.
Le coût moyen de production d'un masque dépend de la quantité produite. Ce coût moyen est donné en euros par la fonction f définie sur]0 ; 5] par $f(x) = 0{,}5x^2 - 3x + 4{,}52$, où x est le nombre de masques fabriqués, en millions.

a. Lorsque l'entreprise produit 500 000 masques, le coût moyen d'un masque est environ :
☐ 3 centimes ☐ 1,25 euros ☑ 3,145 euros

b. Le coût moyen est minimal lorsque le nombre de masques produits est égal à :
☐ 2 000 000 ☐ 2 500 000 ☑ 3 000 000

c. Le coût moyen minimal par masque est :
☑ 2 centimes ☐ 2 euros ☐ 0,145 euro

FICHE 56

Prévoir l'évolution d'un phénomène

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/8188-05

EXERCICE CORRIGÉ ÉCONOMIE

Une coopérative laitière produit et vend jusqu'à 2 000 litres de lait par jour. La fonction f définie sur $[0\ ;\ 2]$ par $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x$ modélise le bénéfice réalisé, en centaines d'euros, en fonction de la quantité de lait x produite et vendue, en milliers de litres.

1. Vérifier que $f'(x) = (x - 2)(x - 4)$.

2. En déduire que le bénéfice est croissant.

3. La coopérative souhaite augmenter sa production. Elle suppose que son bénéfice va suivre le modèle donné par la fonction f. Le bénéfice augmentera-t-il si la production de lait atteint 3 000 litres ?

CORRECTION

1. $f'(x) = \frac{1}{3} \times 3x^2 - 3 \times 2x + 8 = x^2 - 6x + 8$

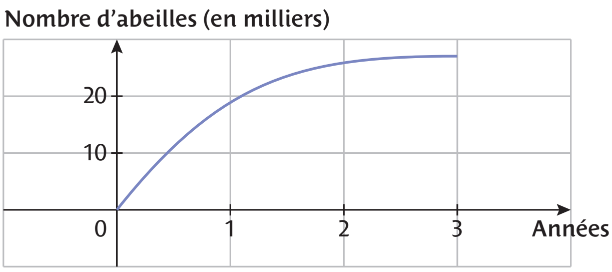
$(x - 2)(x - 4) = x^2 - 4x - 2x + 8 = x^2 - 6x + 8 = f'(x)$

2. et **3.** $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$ et $x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 4$

x	0		2		3
$x - 2$		–	0	+	
$x - 4$		–		–	
$f'(x)$		+	0	–	
Variations de f		↗		↘	

Le bénéfice est strictement croissant pour une production entre 0 et 2 000 litres.
Mais, si on augmente la production jusqu'à 3 000 litres, le bénéfice va diminuer.

1 La population d'abeilles dans un rucher a pu être étudiée pendant trois ans. Les résultats obtenus ont permis de réaliser la courbe suivante.



L'apiculteur aimerait connaître l'évolution possible du nombre d'abeilles. La courbe étant celle de la fonction f définie par $f(x) = x^3 - 9x^2 + 27x$, que répondre à l'apiculteur ?

Montrer que $f'(x) = 3(x - 3)^2$.

$f'(x) = 3x^2 - 18x + 27 = 3(x^2 - 6x + 9) = 3(x - 3)^2$. Donc $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$. Et $f'(x) > 0$ pour tout réel $x \neq 3$. Donc la fonction est strictement croissante sur $\mathbb{R}$. La courbe semble stable autour de $x = 3$, mais elle va remonter juste après, donc le nombre d'abeilles également.

2 Une entreprise a évalué les performances des microprocesseurs qu'elle fabrique depuis dix ans.
La fonction f définie sur $[0\ ;\ 10]$ par $f(x) = -0{,}01x^2 + 0{,}4x + 1$ modélise la performance, en GHz, des modèles successifs de microprocesseurs en fonction du temps x, en années.
On suppose que ce modèle se poursuivra dans les années à venir.

Cocher la bonne case.	Vrai	Faux
a. La directrice de production a raison d'affirmer que les performances du microprocesseur vont augmenter tout au long des dix années à venir.	☑	☐
b. La vitesse de progression des performances sera encore meilleure dans 10 ans qu'actuellement.	☐	☑

3 TICE D'après les prévisions météo, la température, en degrés Celsius, dans une ville pendant les prochaines 24 heures pourrait être modélisée par la fonction f définie sur $[0\ ;\ 24]$ en fonction de x, l'heure de la journée, par $f(x) = -0{,}01x^3 + 0{,}3x^2 - 1{,}92x + 25{,}1$. Les autorités météo peuvent signaler une « vigilance jaune canicule » si la température atteint 31 °C.

1. Déterminer $f'(x)$: $f'(x) = -0{,}03x^2 + 0{,}6x - 1{,}92$

2. Compléter le tableau suivant à l'aide de Xcas.

x	0		4		16		24
Signe de $f'(x)$		–	0	+	0	–	
Variations de f	25,1	↘	21,58	↗	30,22	↘	13,58

3. Les autorités météo doivent-elles déclarer une « vigilance jaune canicule » ?

Les pics de température sont à 0 h et 16 h d'après le tableau de variations. Or ces deux « pics » sont inférieurs à 31°. Donc, pas de « vigilance jaune canicule ».

4. Entre quelles heures la température sera-t-elle supérieure à 30 °C ?

Dans le tableau de variations, on peut observer que la température va atteindre 30 °C un peu avant 16 h et redescendre en dessous après 16 h. Avec le tableur de la calculatrice, on obtient $f(14) = 29{,}58$; $f(15) = 30{,}05$; $f(17) = 30{,}03$ et $f(18) = 29{,}42$. Donc c'est un peu avant 15 h jusqu'à un peu après 17 h que la température sera supérieure à 30 °C.

Problèmes

1 Vitesse instantanée d'un mobile PHYSIQUE

Une voiture se déplace sur une route horizontale et rectiligne et on l'observe pendant une durée de 10 secondes.
Sa position, en mètres, sur cette route est donnée par la fonction, notée x en physique, définie en fonction du temps t, en secondes, par :

$$x(t) = \frac{1}{4}t^3 - 2t^2 + 5t + 3.$$

1. Quelle est la position de la voiture au bout de 5 secondes ? au bout de 6 secondes ?

On a $x(5) = 9{,}25$ mètres et $x(6) = 15$ mètres.

2. Quelle est donc la vitesse moyenne de la voiture entre 5 s et 6 s ?

On calcule : $\dfrac{x(6) - x(5)}{6 - 5} = 5{,}75$ m/s.

3. Compléter le tableau suivant qui calcule la vitesse moyenne entre l'instant t et l'instant 5 s.

t	5,1	5,01	5,001	5,0001
$\dfrac{x(t) - x(5)}{t - 5}$	3,928	3,768	3,752	3,750

4. De même, compléter le tableau suivant qui calcule la vitesse moyenne entre l'instant t et l'instant 6 s.

t	6,1	6,01	6,001	6,0001
$\dfrac{x(t) - x(6)}{t - 6}$	8,253	8,025	8,003	8,000

5. Donner l'expression $v(t)$ de la vitesse instantanée de la voiture à l'instant t.

On obtient $v(t) = x'(t) = \dfrac{3}{4}t^2 - 4t + 5$.

6. Calculer alors $v(5)$ et $v(6)$.

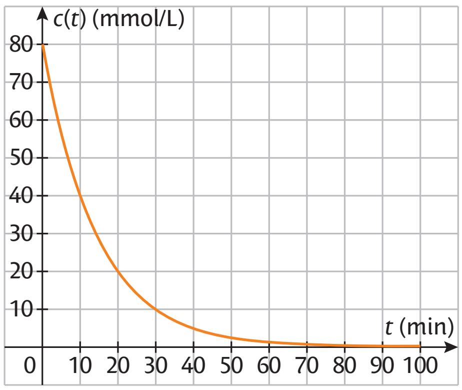
On a $v(5) = 3{,}75$ m/s et $v(6) = 8$ m/s.

7. Que peut-on conclure sur le lien entre la vitesse instantanée et la vitesse moyenne ?

On remarque que la vitesse instantanée correspond à la vitesse moyenne sur un temps infiniment court.

2 Vitesse de disparition d'un réactif dans une réaction chimique CHIMIE

On verse une solution d'ions argent (Ag^+) sur du fer (Fe). Le graphique ci-contre représente la concentration $c(t)$ des ions argent en mmol/L en fonction du temps, en minutes.



1. La concentration diminue-t-elle plus vite entre les minutes 20 et 30 ou entre les minutes 30 et 40 ?

Les tangentes sont plus verticales entre 20 et 30 minutes qu'entre 30 et 40 minutes, donc la concentration diminue plus vite entre 20 et 30 minutes.

2. À quel moment la concentration semble-t-elle diminuer le plus rapidement ?

On remarque que c'est à l'instant initial que la tangente sera « la plus verticale ».

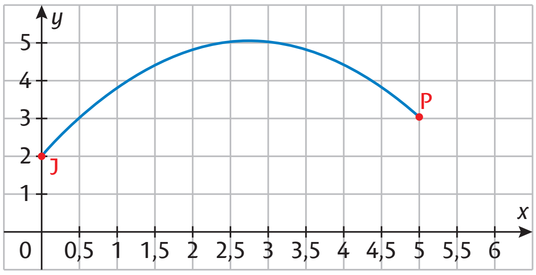
3. À partir de quel instant la concentration ne semble presque plus diminuer ?

Vers 70-80 minutes, les tangentes semblent devenir horizontales, donc la vitesse d'évolution de la concentration diminue.

Problèmes

3 Trajectoire d'un ballon de basket

La courbe suivante représente la trajectoire d'un ballon de basket lancé par un joueur situé au point J vers le panier situé au point P à une hauteur de 3,05 m et à une distance de 5 m du joueur. Cette courbe correspond à la fonction f définie sur [0 ; 5] par $f(x) = -0{,}4x^2 + 2{,}2x + 2{,}05$.



1. Déterminer $f'(x)$. $f'(x) = -0{,}8x + 2{,}2$

2. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de f sur l'intervalle [0 ; 5].

$-0{,}8x + 2{,}2 > 0 \Leftrightarrow 0{,}8x < 2{,}2 \Leftrightarrow x < \dfrac{2{,}2}{0{,}8} = 2{,}75$

x	0		2,75		5
Signe de $f'(x)$		+	0	–	
Variations de f	2,05	↗	5,075	↘	3,05

3. Quelle est la hauteur maximale atteinte par le ballon ?

$f(2{,}75) = 5{,}075$. Donc la hauteur maximale est 5,075 m.

4. Le joueur effectue un deuxième lancer en modifiant la trajectoire. Celle-ci est modélisée par la fonction g définie sur [0 ; 6] par $g(x) = -\dfrac{4}{9}x^2 + \dfrac{20}{9}x + 2{,}05$.

Le joueur va-t-il atteindre le panier ?

Comme le panier est situé à 3,05 m de hauteur, on résout l'équation $f(x) = 3{,}05$. Avec Xcas : resoudre(-4/9*x^2+20/9*x+2.05=3.05). On obtient alors $x = \dfrac{1}{2} = 0{,}5$ ou $x = \dfrac{9}{2} = 4{,}5$. Or le panier se trouve à 5 m du joueur, donc le joueur n'atteint pas le panier. Ou alors, le panier étant situé à 5 m du joueur et à une hauteur de 3,05 m, on calcule : $g(5) = 2{,}05$, ce qui nous conduit à la même conclusion.

4 Dissipation par effet Joule PHYSIQUE

Lors du transport de l'électricité depuis un générateur vers un récepteur, les câbles électriques fonctionnent comme des résistances et dissipent par effet Joule une partie de l'énergie destinée au récepteur. La puissance perdue par effet Joule dépend de l'intensité I du courant et de la résistance du câble.

1. Dans un réseau électrique donné dont l'intensité peut varier entre 1 A et 5 A, on a obtenu la formule suivante, reliant la puissance dissipée P, en watts, et l'intensité I du courant, en ampères : $P(I) = 0{,}3I^2 - 2{,}4I + 9$.
Déterminer pour quelle valeur de l'intensité du courant la puissance dissipée est minimale.

$P'(I) = 0{,}6I - 2{,}4$. Or $0{,}6I - 2{,}4 > 0 \Leftrightarrow 0{,}6I > 2{,}4$ $\Leftrightarrow I > \dfrac{2{,}4}{0{,}6} = 4$. On a donc :

I	1		4		5
$P'(I)$		–	0	+	
Variations de P	6,9	↘	4,2	↗	4,5

La puissance dissipée est donc minimale lorsque l'intensité est égale à 4 A.

2. Dans un second réseau électrique, différent du premier, l'intensité peut varier entre 1 A et 4,5 A, et on a :
$P(I) = 0{,}3I^2 - 3I + 14$. Déterminer pour quelle valeur de l'intensité du courant la puissance dissipée est minimale.

$P'(I) = 0{,}6I - 3$. Or $0{,}6I - 3 > 0 \Leftrightarrow 0{,}6I > 3 \Leftrightarrow I > \dfrac{3}{0{,}6} = 5$.
On a donc :

I	1		4,5
$P'(I)$		–	
Variations de P	11,3	↘	6,575

La puissance dissipée est donc minimale lorsque l'intensité est égale à 4,5 A.

5 Coût marginal et coût moyen minimum ÉCONOMIE

Une entreprise fabrique un produit cosmétique. Son coût total de fabrication C_T, en milliers d'euros, dépend de la quantité q, en tonnes, de produit fabriqué. Il peut être modélisé par la fonction C_T définie sur [0 ; 10] par $C_T(q) = q^3 - 12q^2 + 60q$.

1. Le coût moyen par tonne est égal à :

$C_M(q) = \dfrac{C_T(q)}{q} = q^2 - 12q + 60$, avec $q > 0$.

a. Calculer $C_M(4)$. Interpréter le résultat.

$C_M(4) = 28$. Cela signifie que si l'entreprise fabrique 4 tonnes de produit, chaque tonne lui coûte 28 000 € à produire.

b. Déterminer la quantité fabriquée pour laquelle le coût moyen est minimal.

$C'_M(q) = 2q - 12$. Donc $C'_M(q) > 0 \Leftrightarrow 2q - 12 > 0 \Leftrightarrow q > 6$.

q	0		6		10
$C'_M(q)$	‖	–	0	+	
Variations de C_M	‖	↘	24	↗	40

Le coût moyen est donc minimal lorsque l'entreprise fabrique 6 tonnes de produit.

2. Le coût marginal de fabrication est le coût induit par une variation de la production. Il peut se calculer en dérivant le coût total. On a $C_m(q) = C_T'(q)$.
Déterminer $C_m(q)$, pour tout réel q.

$C_m(q) = 3q^2 - 24q + 60$

3. Résoudre l'équation $C_m(q) = C_M(q)$ sur l'intervalle]0 ; 10].

$3q^2 - 24q + 60 = q^2 - 12q + 60 \Leftrightarrow 2q^2 - 12q = 0$

$\Leftrightarrow 2q(q - 6) = 0 \Leftrightarrow 2q = 0$ ou $q - 6 = 0$

$\Leftrightarrow q = 0$ ou $q = 6$.

Donc sur l'intervalle]0 ; 10] l'équation a pour solution $q = 6$.

4. Commenter l'affirmation : « Le coût moyen est minimal lorsqu'il est égal au coût marginal. »

On remarque que le coût moyen et le coût marginal sont égaux pour une fabrication de 6 tonnes de produit. Or, d'après 1. b, le coût moyen est minimal pour une telle quantité fabriquée. Donc l'affirmation est vraie dans ce cas.

6 Équation de la tangente

On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$, sa dérivée f' et un point A d'abscisse $a \in \mathbb{R}$ appartenant à la courbe représentative de la fonction f.

1. Donner les coordonnées du point A en fonction de a.

Les coordonnées de A sont $(a ; f(a))$.

2. Quel est le coefficient directeur de la tangente à la courbe en A ?

Le coefficient directeur est le nombre dérivé $f'(a)$.

3. Sachant que la tangente en A passe également par A, trouver son équation réduite en fonction de a.

L'équation est de la forme $y = f'(a)x + p$ car le coefficient directeur est $f'(a)$. De plus, elle passe par A, donc ses coordonnées vérifient l'équation, ce qui donne $f(a) = f'(a)a + p \Leftrightarrow p = f(a) - af'(a)$.

Par conséquent l'équation est :

$y = f'(a)x + f(a) - af'(a) = f'(a)(x - a) + f(a)$.

4. On prend $f(x) = 3x^3 - 4x + 2$. Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe au point d'abscisse 1.

On a $f'(x) = 9x^2 - 4$.

De plus, $f(1) = 3 - 4 + 2 = 1$ et $f'(1) = 9 - 4 = 5$.

Donc l'équation réduite est $y = 5(x - 1) + 1 = 5x - 4$.

Problèmes

7 Courbe de tendance polynomiale TICE

Prise d'initiative

Dans un supermarché ouvert de 10 h à 18 h 30, on a relevé le nombre de clients présents dans le magasin à différentes heures de la journée. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-contre.

Heure	10	12	14	16	18
Nombre de clients	72	25	56	117	160

1. À l'aide d'un tableur, représenter le nuage de points associé à ce tableau, puis afficher la courbe de tendance polynomiale de degré 3, ainsi que son équation. L'écrire. $y = -x^3 + 45{,}75x^2 - 666x + 3\,157$.

Clic droit sur les points du nuage ; "Ajouter une courbe de tendance" ; cocher les cases "polynomiale degré 3" et "afficher l'équation sur le graphique"

2. Le gérant du supermarché hésite à ouvrir entre 18 h 30 et 20 h. Que peut-on lui conseiller ?

Montrer que $-3t^2 + 91{,}5t - 666 = (-3t + 36)(t - 18{,}5)$.

On peut modéliser le nombre de clients présents dans le magasin au fur et à mesure de la journée par la fonction f définie sur $[10 ; 20]$ par $f(t) = -t^3 + 45{,}75t^2 - 666t + 3\,157$ où t est exprimée en heures. Étudions cette fonction.

$f'(t) = -3t^2 + 91{,}5t - 666$.

D'autre part $(-3t + 36)(t - 18{,}5) = -3t^2 + 55{,}5t + 36t - 666$.

$= -3t^2 + 91{,}5t - 666 = f'(t)$

Donc on a $f'(t) = (-3t + 36)(t - 18{,}5)$.

$-3t + 36 \geqslant 0 \Leftrightarrow -3t \geqslant -36 \Leftrightarrow t \leqslant 12$;

$t - 18{,}5 \geqslant 0 \Leftrightarrow t \geqslant 18{,}5$.

t	10		12		18,5		20
$-3t + 36$		+	0	−		−	
$t - 18{,}5$		−		−	0	+	
$f'(t)$		−	0	+	0	−	
Variations de f	72	↘	25	↗	162,312 5	↘	137

Après 18 h 30, le nombre de clients va diminuer, mais néanmoins rester important jusqu'à 20 h ($f(20) = 137$).

8 Chiffre d'affaires – coût = bénéfice ÉCONOMIE

Une entreprise produit des tablettes tactiles avec un maximum de production de 30 000 unités par mois. Soit x le nombre de milliers de tablettes produites. Le coût de production, en milliers d'euros, est modélisé par la fonction C définie sur $[0 ; 30]$ par $C(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 22x^2 + 96x$.

1. Chaque tablette est vendue 480 €. Le chiffre d'affaires de l'entreprise correspond au total des ventes. Déterminer en fonction de x l'expression du chiffre d'affaires, que l'on notera $A(x)$ pour x milliers de tablettes.

$A(x) = 480x$

2. Le bénéfice $B(x)$ de l'entreprise est la différence entre le chiffre d'affaires et le coût de production.
Montrer que le bénéfice de l'entreprise est égal à :

$$B(x) = \frac{1}{3}x^3 - 22x^2 + 384x.$$

$B(x) = A(x) - C(x)$

$= 480x - \left(-\frac{1}{3}x^3 + 22x^2 + 96x\right)$

$= 480x + \frac{1}{3}x^3 - 22x^2 - 96x = \frac{1}{3}x^3 - 22x^2 + 384x$

3. a. Montrer que $B'(x) = (x - 12)(x - 32)$ sur $[0 ; 30]$.

On a : $B'(x) = x^2 - 44x + 384$.

Or $(x - 12)(x - 32) = x^2 - 12x - 32x + 384$

$= x^2 - 44x + 384 = B'(x)$.

b. Étudier le signe de $B'(x)$, puis les variations de B.

$x - 12 > 0 \Leftrightarrow x > 12$ et $x - 32 > 0 \Leftrightarrow x > 32$.

x	0		12		30
$x - 12$		−	0	+	
$x - 32$		−		−	
$B'(x)$		+	0	−	
Variations de B	0	↗	2 016	↘	720

4. Donner la production à réaliser pour obtenir le bénéfice maximal et donner la valeur de ce bénéfice.

Il faut produire 12 000 tablettes pour obtenir un bénéfice maximal. Ce bénéfice vaut alors : $B(12) = 2\,016$, c'est-à-dire 2 016 000 euros.

(D'après bac)

Prise d'initiative

9 Optimisation des dimensions d'un emballage TICE

Un fabricant de briques de lait a la contrainte suivante : pour des raisons de conditionnement, les briques (qui sont des pavés droits) ont une base rectangulaire dont la longueur est le double de la largeur.
Quelles doivent être les dimensions de cette brique pour que son volume soit 1 litre et que la quantité de carton utilisée pour la confectionner soit minimale ?

Utiliser un logiciel de calcul formel pour déterminer la dérivée et étudier son signe

1 litre = 1 dm³. Les dimensions de la brique seront donc calculées en dm. Soit x la largeur, L la longueur et h la hauteur. Le volume d'un pavé droit est $V = L \times x \times h$. Dans cette situation on a $L = 2x$ et $V = 1$, donc $h = \dfrac{1}{2x^2}$.
Par ailleurs, l'aire latérale d'un pavé droit est :
$S = 2(Lx + hx + hL) = 2\left(2x^2 + \dfrac{1}{2x} + \dfrac{1}{x}\right) = 4x^2 + \dfrac{1}{x} + \dfrac{2}{x} = 4x^2 + \dfrac{3}{x}$.
Donc à l'aide d'un logiciel de calcul formel, on trouve $S'(x) = 8x - \dfrac{3}{x^2}$, puis $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \left(\dfrac{3}{8}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 0{,}721$
et $S'(x) > 0 \Leftrightarrow x > \left(\dfrac{3}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$. On a donc le tableau ci-contre qui nous donne une surface minimale pour une largeur d'environ 0,72 dm, c'est-à-dire 7,2 cm.
On en déduit une longueur d'environ 14,4 cm et une hauteur d'environ 9,6 cm.

x	0		$\left(\dfrac{3}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$		$+\infty$
$S'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
Variations de S	‖	↘	6,24	↗	

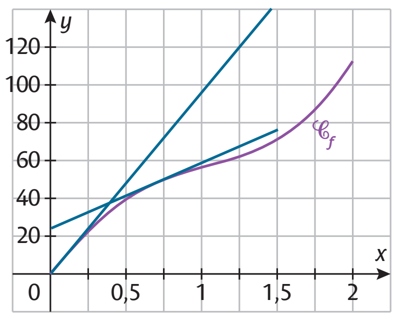
VERS LES MATHS COMPLÉMENTAIRES

10 Dérivée seconde PHYSIQUE

Un automobiliste a pu modéliser la distance parcourue (en km) en fonction du temps écoulé (en heures) entre 10 h 00 et 12 h 00 lors d'un trajet. Cette modélisation est représentée sur le graphique ci-contre et correspond à la fonction f définie sur [0 ; 2] par :

$$f(x) = 32x^3 - 96x^2 + 120x.$$

Sa vitesse, en km/h, est donnée par $f'(x)$ sur [0 ; 2].



1. a. Calculer sa vitesse à 10 h 00. Tracer sur le graphique ci-contre la tangente correspondante.

$f'(x) = 96x^2 - 192x + 120$. Donc $f'(0) = 120$.
À 10 h 00 l'automobiliste roulait donc à 120 km/h.

b. Faire de même à 10 h 45.

$f'(0{,}75) = 30$.
À 10 h 45 l'automobiliste roulait donc à 30 km/h.

c. En observant le graphique ci-contre, décrire l'évolution de sa vitesse tout au long de son parcours.
À quelle heure sa vitesse semble-t-elle minimale ?

La vitesse semble diminuer tout au long de la première heure, puis augmenter tout au long de la deuxième heure. Ainsi, il semble que ce soit à 11 h qu'il atteint sa vitesse minimale.

2. Afin de valider les observations précédentes, on va étudier les variations de la fonction f' donnant la vitesse sur [0 ; 2].

a. Déterminer $f''(x)$ la dérivée de la fonction f'.

$f''(x) = 192x - 192$

b. Étudier le signe de $f''(x)$ et en déduire les variations de f' sur l'intervalle [0 ; 2].

$192x - 192 > 0 \Leftrightarrow x > 1$. On a donc :

x	0		1		2
$f''(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f'	120	↘	24	↗	120

c. Quelle est sa vitesse minimale ?

$f'(1) = 24$. Donc sa vitesse minimale est 24 km/h.

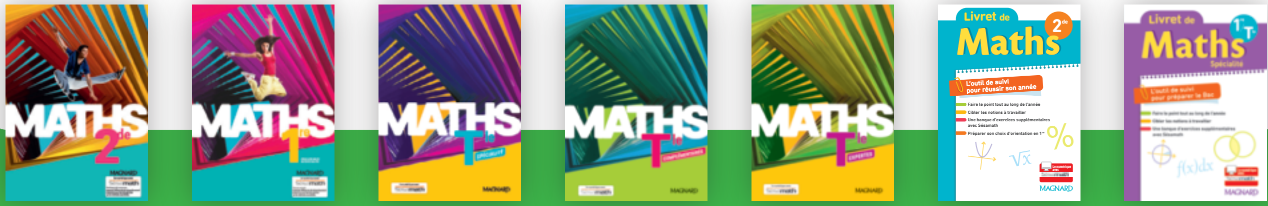
Crédits

Couverture ©Mauricio Ramos / Canvas Images / Alamy / ph12
p.17 ©eugenesergeev / Getty Images
p.18 ©moodboard/Adobe Stock
p.20 ©H_Ko/Adobe Stock
p.21 ©y_carfan/Getty Images
p.33 ©benjaminnolte/Adobe Stock
p.34 ©kite_rin/Adobe Stock
p.35h ©Andrew Sproule/ Adobe Stock
p.35b ©Archivist/Adobe Stock
p.52 ©Tunatura/ Shutterstock
p.53 ©Conner/ Adobe Stock
p.54h ©David Tadevosian / Shutterstock
p.54b © Yevhen Prozhyrko / Shutterstock
p.55 ©HJBC/ Adobe Stock
p.72 © fizkes / Adobe Stock
p.73 © VioletaStoimenova / Getty Images
p.74h ©THIERRY/Adobe Stock
p.74b © Wikimedia Commons
p.91 ©nblxer/Adobe Stock
p.92 ©Vasyl Shulga/Shutterstock
p.93 ©Nordroden/ Shutterstock
p.95 ©esoxx/Shutterstock

Couverture : Primo & Primo
Création et maquette intérieure : Frédéric JÉLY
Mise en pages et schémas : NORD COMPO
Directrice éditoriale : Fabienne MICHEL
Responsable éditorial : Adrien FUCHS
Coordination éditoriale : Stéphanie HERBAUT, Malvina JUHEL, Marilyn MAISONGROSSE
Coordination numérique : Dominique GARRIGUES

5, allée de la 2e D. B. – 75015 Paris
www. magnard.fr
ISBN : 978-2-210-11818-8

TOUTE LA COLLECTION



PETIT MANUEL POUR GRAND ORAL

PAR BERTRAND PÉRIER

- Toutes les clés pour gagner en assurance et réussir à l'oral
- Avec des **vidéos tutos**, des **fiches pratiques**, des **conseils**...

ISBN : 978-2-210-11818-8

9 782210 118188

Cet ouvrage a été imprimé sur du papier provenant de forêts gérées durablement.

Nos ouvrages étant destinés **exclusivement** à une utilisation en classe, les ressources associées (dont les corrigés) sont uniquement mises à disposition des enseignants dans le cadre de la préparation de leurs cours. Ces ressources ne sont donc pas accessibles aux parents et aux élèves.

MAGNARD
www.magnard.fr